

哥德巴赫猜想 与 素数辐射法

G **Oldbach Hypothesis and
Method of Prime Radiation**

陈抗战 陈 岗 著

西北工业大学出版社

□ 策划编辑/蒋民昌
□ 责任编辑/卫 达
□ 封面设计/王 祚

Goldbach Hypothesis and Method of Prime Radiation

ISBN 7-5612-1514-2



9 787561 215142 >

ISBN 7-5612-1514-2 / O · 226

定价: 15.00元



哥德巴赫猜想与素数辐射法

陈抗战 陈岗 著

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书从分析素数的无限性及其在自然数中的分布出发,总结出素数辐射法。然后利用素数辐射数的性质及其在自然数里的含量,说明了哥德巴赫猜想的成立。最后利用素数的辐射的规律,造出五万以内的素数表。

此书可供广大数学爱好者参考。

图书在版编目(CIP)数据

哥德巴赫猜想与素数辐射法/陈抗战,陈岗著. —西安:西北工业大学出版社,2002.10

ISBN 7-5612-1514-2

I. 哥… II. ①陈… ②陈… III. ①哥德巴赫猜想-研究②素数-研究 IV. 0156.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 076101 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:029-8493844

网 址:www.nwpup.com

印 刷 者:陕西友盛印务有限责任公司

开 本:850 mm×1 168 mm 1/32

印 张:7.25

字 数:180 千字

版 次:2002 年 10 月第 1 版 2003 年 6 月第 2 次印刷

印 数:1 501~3 500 册

定 价:15.00 元

前 言

1742年,德国数学家哥德巴赫在写给他的挚友欧拉的信中提出一个数学方面的命题,即:“任何一个大于5的奇数都是三个素数之和”。欧拉在给哥德巴赫的回信中同时也提出一个数学命题,即:“任何一个大于2的偶数都是两个素数之和”。这两个命题有着微妙的关联性,即:“哥德巴赫命题是欧拉命题的推论”。人们把这两个命题统称为“哥德巴赫猜想”。

“哥德巴赫猜想”的证明当时没有解决,两个半世纪过去了,仍然没有肯定或否定的答案。虽然有人验算了三亿三千万个偶数,都证明“猜想”是正确的,但从理论上讲却没有落实。1966年,我国数学家陈景润证明了“任何一个充分大的偶数都可以表示两个数之和,其中一个为素数,另一个或为素数,或为两个素数的乘积”。这是迄今为止世界上关于“哥德巴赫猜想”研究的最好成果。这个成果在世界数学界引起强烈反响,被誉为“陈氏定理”。

陈景润的研究成果给后来人以很大的鼓舞,看起来“哥德巴赫猜想”的秘密将会被揭示,人们已预感到“登天之日、近在咫尺”了。谁知又过了近半个世纪,被誉为世界数学皇冠明珠的“哥德巴赫猜想”依旧镶嵌在数学皇后的金冠上而未被摘取。

由于爱好,20多年来一直从事“哥德巴赫猜想”的探索,从各个方面研讨这一课题,但一直进展不大。近五六年来,在陈岗、陈岩的协助下,在王人瑞老师的指导下,大家共同努力,1996年,完成了论文的初稿。2000年,在初稿的基础上经过提炼、压缩和补充,以“揭开哥德巴赫猜想之谜”为题的论文总算完成。随后,经过20多位从事数学教学的老师、教授、数学爱好者的精心指教,使该

论文更加充实,现将此论文呈现给大家,以供广大数学爱好者共同探讨,促进数学研究事业蓬勃发展。

作 者

2000年3月16日

目 录

第一部分 揭开“哥德巴赫猜想”之谜	1
一、问题的提出	1
二、素数的无限性命题	1
三、万以内的素数表	2
四、素数的分布命题	6
五、素数的存在命题	7
六、素数表里的素数整体存在法则	10
七、偶数分解奇数对的计算方法	11
八、偶数分解奇数对中素数对的概率	13
九、求偶数分解数奇数对中的素数对	14
十、“哥德巴赫猜想”成立性的确立	17
十一、利用素数定理来计算较大偶数分解素数对	19
Revealing Goldbach Conjecture	23
1. Put Forward a Question	23
2. The Infinity Theorem of Prime Number	23
3. List of Prime Numbers Within 10 000	24
4. The Distribution Theorem of Prime Numbers	30
5. The Existing Theorem of Prime Numbers	31
6. The Whole Existing Rule of Prime Numbers, in Prime Number List	34
7. The Calculating Method of Even Number Decomposition Odd Number Pairs	36

8. The Probability of Prime Number Pairs in the Even Number Decomposition Numbers Odd Number Pairs	38
9. Calculating Prime Numbers in the Even Number Decomposition Numbers Odd Number Pairs	39
10. The Confirmation of Goldbach Conjecture	43
11. Calculating Prime Number Pairs of Decomposing Larger Even Number by Using the Theorem of Prime Number	46
第二部分 素数辐射法	51
一、什么是素数辐射法	51
二、素数辐射法与埃氏筛法有什么不同	51
三、素数辐射数的性质	53
四、素数辐射数在自然数里的含量	54
五、素数辐射数的几个规律	60
第三部分 几个应注意的问题	65
一、拼组图中的全吻合与半吻合	65
二、素数四竖行等量分布	70
三、再谈素数 2, 3, 5 辐射图表的框架	72
四、素数辐射表上的存留数	74
五、哥德巴赫命题及 500 万元悬赏命题的解答	75
第四部分 “素数区”、“抽屉原理”与“偶数分解素数对 拼组的平均值”	79
一、素数辐射与素数区	79
二、哥德巴赫猜想与抽屉原理	83

三、通过素数表里素数整体存在法则,看偶数分解	
素数对拼组的平均值	87
第五部分 素数的“盲区”、“亮区”以及素数辐射数的	
滚动循环规律	91
一、素数的“盲区”和“亮区”	91
二、素数辐射数的滚动循环规律	95
附录 五万以内的素数表	101

第一部分 揭开“哥德巴赫猜想”之谜

一、问题的提出

一个偶数,分解成两个素数和是个简单的问题,是否所有的偶数都是这样,则是个复杂的问题,这就是著名的“哥德巴赫猜想”。二百多年来,这个问题一直困扰着数学界,而没有得出满意的答案。出于爱好,工作之余我们对“猜想”也进行了探索,自以为得出了结果,今天说出来,希望得到衷恳的审评。

对于“猜想”,我们的回答是成立的。为什么?看看下面的定理、公式、图表及证明就不言而喻。

二、素数的无限性命题

命题 1.1 在自然数里,素数是无限多的。

这个命题在数学上已成定论,我们无须再去论证。但它在“猜想”的证明中,却起了个主心骨作用。因为,有了这个定理,就可以知道素数在自然数里的分布也因自然数表的延伸而延伸。它也像自然数一样永远没有终结。其实,素数也是自然数,所以把它单独提出来,只是为了讨论问题方便罢了。

如果说素数是有限的,那么,它必然有个最大的素数 N 。假设,有一个等于或大于 $2N$ 的偶数要找出一对或若干对分解数素数对,那是绝对不会有的。这样,“猜想”即被否定。正因为素数是无限多的,它无休无止地存在于自然数数列里,因而,“猜想”的成立性才得到保障。

要证明“猜想”的成立性,首先要制作一个万以内的素数表。这个素数表不同于一般的素数表,它的特点是把万以内的所有素数都分别安置在各自的框位里,看起来清清楚楚,使用起来非常方便。因为采用的是“四竖行”形式,因而,我们把它叫“万以内四竖行素数表”(参看本书附录部分“五万以内的素数表”)。

四竖行素数表的制作方法采用的是素数辐射法。素数辐射法的含义是：从最小的素数 2 开始，依次按 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 的顺序进行辐射，从自然数表里减去各自的辐射数后，剩余在表上的数即为素数。这些素数除 2 与 5 外，其它的全部集中在自然数表里的 B_1, B_3, B_7, B_9 四个竖行里。因此，我们叫它“四竖行万以内素数表”。它的制作过程如下：

表 1.1 万以内的自然数表

[illegible]

万以内的自然数表的横行用 A 标出(见表 1.1), 其数码用自然数 10 位以上的数字并参考个位数来决定。当自然数个位数是“0”时, A 的标码不变, 当自然数的个位不是“0”时, (即是 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) 则 A 的标码加 1。例如 320 在横行 A_{32} ; 321, 322, ..., 329 则在横行 A_{33} ; 竖行以 B 标出, 其标码是自然数的个位数数字。例如: 1, 11, 21, ... 列入 B_1 行; 2, 12, 22, ... 列入 B_2 行; 3, 13, 23, ... 列入 B_3 行, 依此类推。

2. 素数的辐射与辐射数

自然数表里的“1”是单位数, 应从数表里去掉。下来是 2; 2 符合素数的规定, 因而是素数。2 乘以数表里等于它和大于它的数, 即 $2 \times 2 = 4, 2 \times 3 = 6, 2 \times 4 = 8, 2 \times 5 = 10, 2 \times 6 = 12, 2 \times 7 = 14, \dots$ 其乘得的积即为 2 的辐射数; 这些数从数表里划掉并去掉, 此表即为素数 2 的辐射数表。2 的辐射数从表上去掉后, 自然数表里的 $B_2, B_4, B_6, B_8, B_{10}$, 五个竖行除 2 以外, 其它的数全部消失。见表 1.2。

表 1.2 素数 2 的辐射数表

	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9
A_1	2	3	5	7	9
A_2	11	13	15	17	19
A_3	21	23	25	27	29
A_4	31	33	35	37	39
A_5	41	43	45	47	49
A_6	51	53	55	57	59
A_7	61	63	65	67	69
A_8	71	73	75	77	79
A_9	81	83	85	87	89
A_n				

素数 2 辐射后, 下来是素数 3。素数 3 的辐射数是 3 乘以等于它和大于它的素数 2 辐射表的存留数。即: $3 \times 3 = 9$, $3 \times 5 = 15$, $3 \times 7 = 21$, $3 \times 9 = 27$, $3 \times 11 = 33$, $3 \times 13 = 39$, $3 \times 15 = 45$, $3 \times 17 = 51$, $3 \times 19 = 57$, \dots , $3 \times 333 = 999$ 。我们把所乘的积从数表里划掉并去掉, 即变成了表 1.3 的形式。

表 1.3 2, 3 的辐射数表

	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9
A_1	2	3	5	7	
A_2	11	13		17	19
A_3		23	25		29
A_4	31		35	37	
A_5	41	43		47	49
A_6		53	55		59
A_7	61		65	67	
A_8	71	73		77	79
A_9		83	85		89
A_{10}	91		95	97	
A_{11}	101	103		107	109
A_n				

5 是素数, 5 的辐射数分别是: $5 \times 5 = 25$, $5 \times 7 = 35$, $5 \times 11 = 55$, $5 \times 13 = 65$, $5 \times 17 = 85$, $5 \times 19 = 95$, \dots , $5 \times 1999 = 9995$ 。把 5 的辐射数从辐射表里划掉并去掉, 即变成了表 1.4 的形式。

表 1.4 2,3,5 的辐射数表

	B_1		B_3	B_7		B_9
A_1		2	3	5	7	
A_2	11		13	17		19
A_3			23			29
A_4	31			37		
A_5	41		43	47		49
A_6			53			59
A_7	61			67		
A_8	71		73	77		79
A_n					

7 是素数,7 的辐射数分别是: $7 \times 7 = 49$, $7 \times 11 = 77$, $7 \times 13 = 91$, $7 \times 17 = 119$, $7 \times 19 = 133$, $7 \times 23 = 161$, $7 \times 29 = 203$, ..., $7 \times 1427 = 9989$ 。从辐射表上去掉 7 的辐射数,即变成表 1.5 的形式。

表 1.5 2,3,5,7 的辐射数表

	B_1		B_3	B_7		B_9
A_1		2	3	5	7	
A_2	11		13	17		19
A_3			23			29
A_4	31			37		
A_5	41		43	47		
A_6			53			59
A_7	61			67		
A_8	71		73			79
A_9			83			89
A_{10}				97		
A_{11}	101		103	107		109
A_{12}			113			
A_n					

素数 7 辐射完后,下来就是 11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97 共 25 个素数进行按次序辐射,并从辐射表上去掉它们的辐射数。这件事完成后,存留在辐射表上的数全是素数。万以内的素数表即算制成。

3. 素数区与非素数区的划分

素数区的划分是用某素数的平方数决定的。当某素数未辐射前,它的平方数以内的数就是素数,这个区域即为该素数的素数区。

例如:素数 $2; 2^2 = 4$, 4 以前的数 2 和 3 即为素数,这个区域即为:素数 2 的素数区。

素数 $3; 3^2 = 9$, 4 ~ 9 以内的数有 5 和 7,即为素数,这个区域即为素数 3 的素数区。

素数 $5; 5^2 = 25$, 9 ~ 25 以前的辐射表上的存在数有 11,13,17,19,23 都是素数,这个区域,即为素数 5 的素数区。

素数 $7; 7^2 = 49$, 25 ~ 49 以前的辐射表上的存在数有 29,31,37,41,43,47 各数均是素数,这个区域即为素数 7 的素数区。

其余素数 11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97 各素数的相继辐射,素数区也随之扩大,直到这些素数辐射完毕。并且,把辐射数从辐射表上去掉,万以内的素数表即算制成。

四、素数的分布命题

命题 1.2 素数除 2 与 5 外,其它素数均分布在自然数表里的四竖行(B_1, B_3, B_7, B_9)里;每竖行素数无限多;各竖行里的素数的数目相等。

这个命题包括三个方面。其一是分布区,即“四竖行”;其二是每竖行的素数无限多;其三是每竖行的素数数目相等。

先看第一个问题分布区“四竖行”。我们知道,素数 2,3,5 辐射

后,自然数表的 $B_2, B_4, B_5, B_6, B_8, B_9$ 六个竖行里的所有数(2 与 5 除外)全被取掉,数表上只有 B_1, B_3, B_7, B_9 四个竖行。当然,其它所有素数就只能存留在这四个竖行里。

再看第二个问题:每竖行的素数无限多。这个问题要结合素数的无限性定理来理解。我们知道在自然数里素数是无限多的。而“四竖行”里的各数实际上就是自然数的分行排列,每竖行的排列数无休无止。因而,存在于里边的素数也应该是无休无止,即无限多。

第三问题:从理论上讲,四竖行中各行的素数数目相等。这个问题从何说起呢?我们看素数 2,3,5 辐射表,这个辐射表四竖行的存留数的个数是相等的,从这个等量的存留数中减去一个素数的等量的辐射数,其剩余部分依然相等。

详细证明可参看本书第二部分的第五节之 4 的“素数辐射数四竖行等量分布”和第三部分的第二节“素数四竖行等量分布”两节的内容。

即 **等量 - 等量 = 等量**

素数分布命题的建立,为偶数分解数素数对各竖行拼组的几率相等提供了条件。

五、素数的存在命题

命题 1.3 素数除 2 与 5 外,其它素数均存在于素数 2,3,5 辐射表的框架里。

这个命题的建立构筑了“猜想”成立的必然性。为什么这样说呢?下面分两方面来谈:

其一,什么是素数 2,3,5 辐射表的框架?参看表 1.4。素数 2,3,5 辐射后,数表里从竖行看存在着两个有数格加一个无数格的形式,并且无穷无尽地延伸下去。我们把有数格用黑框表示,无数格用白框表示。于是,就出现了表 1.6 的形式。我们把这个表叫素

数 2, 3, 5 辐射表的框架。从四竖行整体来看, B_1, B_7 两竖行中, 凡横行 A 的数码是 $3n$ (n 是自然数) 时, 必为白框, (或叫空框); B_3 和 B_9 两竖行凡横行 A 的标码是 $3n+1$ (n 是自然数) 时必是空框。这个“黑、黑、白”(或叫“实、实、空”)的结构形式我们称素数 2, 3, 5 辐射表的框架。因为, 除素数 2 和 5 外, 其它所有素数都存在于这个框架里。我们深入的研究它对解开“猜想”之谜是大有裨益的。

表 1.6 2, 3, 5 的辐射数表

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_1				
A_2				
A_3				
A_4				
A_5				
A_6				
A_7				
A_8				
A_9				
A_{10}				
A_{11}				
A_n			

其二, “猜想”成立的“基因密码”。从素数 2, 3, 5 辐射表看, 它

们的基本组成形式是两个有数格加一个无数格,即“实、实、空”。我们把这种组成形式,称为“猜想”成立的“基因密码。”因为它给了我们打开“猜想”秘密之锁的钥匙。为什么这样说呢?我们看一看下面的拼组图就会明白。

如图 1.1 所示,图(a)中有“实—实、实—实、空—空”三对组合。两对“实、实”组合在三对组合中占 67%;图(b),图(c)中只有一对“实、实”组合,只占全体组合的 33%。除去这 3 种组合外,没有第四种组合。而三种拼组中,虽然“实、实”组合的几率有大有小,但没有“0”几率,这就预示着偶数分解数的拼组不会没有素数对。

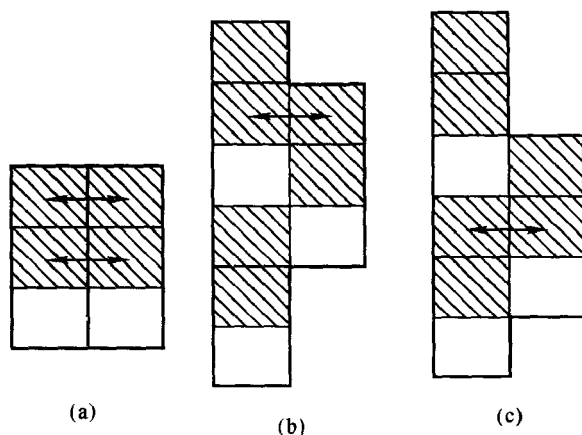


图 1.1 拼组图

(a) 全吻合; (b) 半吻合; (c) 半吻合

另外,我们把第一拼组的形式叫全吻合,第二和第三拼组叫半吻合。全吻合与半吻合决定了偶数分解素数对中计算素数对和实查素数对之间的正负误差。

那么,三种拼组中“实、实”组合的平均几率是多少呢?

即

$$(67\% + 33\% + 33\%) \div 3 = 0.44$$

概率计算公式计算结果是:

$$P(A) = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{4 \times 3}{6 \times 5} = 0.4$$

两者计算结果相同,这就说明概率公式所显示的数是以上三种拼组中“实、实”组合几率的平均值。可在偶数分解数素数对的实际拼组中却是按三种不同的形式进行拼组的。

六、素数表里的素数整体存在法则

命题 1.4 素数表里的素数,其整体分布从密到疏,按照一定的规律缩减,但永远不会消失。

这里所说的有一定的规律,指的是各素数的辐射法则。

(1) 素数的辐射法则:一个素数的辐射数,是该素数乘以数表里等于它和大于它的存留数。

例如:7 的辐射数是:(参看表 1.4、表 1.5)

$$7^2 = 49 \qquad 7 \times 11 = 77 \qquad 7 \times 13 = 91$$

$$7 \times 17 = 119 \qquad 7 \times 19 = 133 \quad \dots$$

11 的辐射数是:

$$11^2 = 121 \qquad 11 \times 13 = 143 \qquad 11 \times 19 = 209$$

$$11 \times 23 = 253 \quad \dots, \text{依此类推}$$

(2) 某素数的辐射数在自然数里的含量,等于该素数的倒数乘以 1 减去小于它的各素数辐射数的含量和的积。

$$\text{公式: } r = \frac{1}{n}(1 - R) = \frac{1 - R}{n}$$

r 表示某素数的辐射数在自然数里的含量；

n 表示某素数；

R 表示小于某素数的各素数的辐射数在自然数里的含量和。

3. 素数每辐射一次，数表里的存在数就减少一次，其素数的密度也相应的降低。只是每次减少的量是辐射表里存留数与该素数 $\frac{1}{n}$ 的乘积数，总有 $1 - R - r$ (字母的含义与上同) 的存留数剩余下来。这就是本命题“永不会消失”的理论根据。

素数表里的素数整体存在法则，为建立“竖行拼组”的平均值大约相当提供了保证。

七、偶数分解奇数对的计算方法

任何一个偶数，都可以分解成为一对或若干对奇数对。所有偶数都可以在四竖行奇数表中找到相应的分解奇数对。奇数对的多少和偶数的大小成正比。

1. 偶数分解奇数对的计算公式

自然数表里的计算公式： $E = \frac{M}{4}$

四竖行奇数表里的计算公式：

$$E = \frac{M}{10} \times 2 \quad (\text{偶数个位数是“0”时})$$

$$E = \frac{M}{10} \times 1.5 \quad (\text{偶数个位数非“0”时})$$

E 表示奇数对， M 表示偶数。

举例：求偶数 100, 212, 504, 1 286, 9 928 的分解数奇数对。(参考表 1.7)

表 1.7 四竖行奇数表

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_1	1	3	7	9
A_2	11	13	17	19
A_3	21	23	27	29
A_4	31	33	37	39
A_5	41	43	47	49
A_6	51	53	57	59
A_7	61	63	67	69
A_8	71	73	77	79
A_9	81	83	87	89
A_{10}	91	93	97	99
A_{11}	101	103	107	109
A_{12}	111	113	117	119
A_{13}	121	123	127	129
A_n			

根据四竖行奇数表,计算:

$$100, E = \frac{100}{10} \times 2 = 20 \text{ 对}$$

$$212, E = \frac{212}{10} \times 1.5 \approx 31 \text{ 对}$$

$$504, E = \frac{504}{10} \times 1.5 \approx 75 \text{ 对}$$

$$1286, E = \frac{1286}{10} \times 1.5 \approx 192 \text{ 对}$$

$$9928, E = \frac{9928}{10} \times 1.5 \approx 1498 \text{ 对}$$

2. 偶数分解奇数对选位表(参看表 1.8)

偶数分解数奇数对选位表告诉我们,任何一个偶数都可以在四竖行奇数表中找到它合适的分解数奇数对。

表 1.8 偶数分解奇数对选位表

个位数	奇数对竖行选位
0	$B_1 + B_9, B_3 + B_7$
2	$B_1 + B_1, B_3 + B_9$
4	$B_7 + B_7, B_1 + B_3$
6	$B_3 + B_3, B_7 + B_9$
8	$B_9 + B_9, B_1 + B_7$

八、偶数分解奇数对中素数对的概率

偶数分解奇数对中有三种形式:其一,是素数对;其二,是素数合数对;其三,是合数对。例 100 这个偶数,它的分解数奇数对中有:

素数对: $11 + 89, 41 + 59, 71 + 29, 3 + 97, 53 + 47,$
 $83 + 17$; 共 6 对。

合数对: $51 + 49, 91 + 9$; 共 2 对。

素数合数对: $1 + 99, 21 + 79, 31 + 69, 61 + 39, 81 + 19,$
 $13 + 87, 23 + 77, 33 + 67, 43 + 57, 63 + 37,$
 $73 + 27, 93 + 7$; 共 12 对。

三种对数相加共 20 对,也就是 40 个奇数。那么,其素数对在总对数中的概率是多少呢?根据概率计算公式可得:

$$P(A) = \frac{C_{23}^2}{C_{40}^2} = \frac{23 \times 22}{40 \times 39} = \frac{506}{1560} \approx 0.32$$

验证: $20 \times 0.32 \approx 6$ (对) 与实际吻合。

式中的 23 是怎样来的呢?是 100 以内共有素数 25 个,减去 B_2

行中的 2 与 B_5 行中的 5 两个素数得来的。

偶数 1 000 的分解奇数对中素数对的概率是多少呢？

解 根据 $E = \frac{M}{10} \times 2$ 这个公式算出奇数对

$$E = \frac{1\,000}{10} \times 2 = 200 \text{ 对} = 400 \text{ 个}$$

1 000 以内 B_1, B_3, B_7, B_9 竖行里共有素数 166 个。

根据概率公式可得

$$P(A) = \frac{C_{166}^2}{C_{400}^2} = \frac{166 \times 165}{400 \times 399} = \frac{27\,390}{159\,600} \approx 0.171$$

偶数 1 000 分解数奇数对中素数对的概率大约是 0.171。

九、求偶数分解数奇数对中的素数对

命题 1.5 偶数分解数中的素数对, 等于该偶数分解数中的奇数对与奇数对里包含的素数对概率的乘积。

公式: $G = EP(A)$

G 表示偶数分解数奇数对中的素数对;

E 表示偶数分解数奇数对对数;

$P(A)$ 表示奇数对中素数对概率。

例 1.1 计算偶数 542 里可分解的素数对。

解 (1) 根据“偶数分解奇数对选位表”可知, 542 应在 $B_1 + B_1, B_3 + B_9$ 中选位。

(2) 利用公式计算奇数对及个数

$$E = \frac{M}{10} \times 1.5 = \frac{542}{10} \times 1.5 \approx 81 \text{ 对} = 162 \text{ 个}$$

(3) 542 里共有素数 98 个(查表)

$$(98 - 2) \div 4 \times 3 = 72 \text{ 个}$$

B_1, B_3, B_9 三竖行共有素数 72 个。

(4) 素数对的概率是：

$$P(A) = \frac{C_{72}^2}{C_{162}^2} = \frac{5\ 112}{26\ 082} \approx 0.19$$

(5) 求素数对

$$G = EP(A); G = 81 \times 0.19 = 15 \text{ 对}$$

(6) 实查： $B_3 + B_9$ 中有 $43 + 499, 103 + 439, 163 + 379,$
 $193 + 349, 313 + 229, 433 + 109, 463 + 79, 523 + 19,$
 $B_1 + B_1$ 中有 $211 + 331, 271 + 271$ 。共 10 对。

(7) 小结：计算结果与实查相差为 -5，这是因为偶数 542 在分解素数对时为半吻合。

例 1.2 计算 1 004 这个偶数的分解素数对。

解 (1) 确定选位，查表 1.8 可知

$B_1 + B_3, B_7 + B_7$ 。

(2) 计算分解奇数位

$$E = \frac{1\ 004}{10} \times 1.5 \approx 150 \text{ 对} = 300 \text{ 个}$$

(3) 查素数表得 1 004 里共有素数 168 个

$$(168 - 2) \times \frac{3}{4} = 166 \times \frac{3}{4} \approx 122 \text{ 个}$$

(4) 计算分解数中素数对概率

$$P(A) = \frac{C_{122}^2}{C_{300}^2} = \frac{14\ 762}{89\ 700} \approx 0.163$$

(5) 计算素数对

$$150 \times 0.16 = 24 \text{ 对}$$

实查： $B_1 + B_3$ 有 $151 + 853, 181 + 823, 271 + 733, 331 + 673,$
 $541 + 463, 571 + 433, 631 + 373, 691 + 313, 811 + 193, 991 + 13;$

$B_7 + B_7$ 有 $7 + 997, 37 + 967, 67 + 937, 97 + 907, 127 + 877, 277 + 727, 397 + 607, 457 + 547$ 。共 18 对

误差为 -6 ，这是因为偶数 1 004 在分解素数对时属半吻合。

表 1.9 是“21 个偶数分解数素数对一览表”，表 1.10 是“偶数分解数奇数对、素数对概率对比表”。

表 1.9 21 个偶数分解素数对一览表

A	B 行选位	奇数位 总数	包含 素数	素数对 概率	计算素 数对	实查	误差	备注
4	$B_1 + B_3 B_7 + B_7$	4	2	0.5	1	1	0	
8	$B_1 + B_7 B_9 + B_9$	4	3	0.5	1	1	0	
10	$B_1 + B_9 B_3 + B_7$	5	4	0.66	2	2	0	
22	$B_1 + B_1 B_3 + B_9$	11	6	0.27	2	2	0	
44	$B_1 + B_3 B_7 + B_7$	15	10	0.42	3	3	0	
66	$B_3 + B_3 B_7 + B_9$	20	12	0.34	4	5	+1	
88	$B_1 + B_7 B_9 + B_9$	26	14	0.28	3	3	0	
100	$B_1 + B_9 B_3 + B_7$	40	23	0.32	6	6	0	
212	$B_1 + B_1 B_3 + B_9$	63	33	0.27	6	6	0	
324	$B_1 + B_3 B_7 + B_7$	96	51	0.27	13	20	+7	全吻合
436	$B_3 + B_3 B_7 + B_9$	129	62	0.22	14	10	-4	半吻合
542	$B_1 + B_1 B_3 + B_9$	162	100	0.19	15	10	-5	半吻合
658	$B_1 + B_7 B_9 + B_9$	195	87	0.19	18	18	0	半吻合
760	$B_1 + B_9 B_3 + B_7$	304	132	0.18	28	21	-7	半吻合
802	$B_1 + B_1 B_3 + B_9$	240	112	0.21	25	24	-1	半吻合
914	$B_1 + B_3 B_7 + B_7$	273	120	0.19	26	27	+1	半吻合
1 000	$B_1 + B_9 B_3 + B_7$	400	166	0.171	34	28	-6	半吻合
1 004	$B_1 + B_3 B_7 + B_7$	301	122	0.164	24	18	-6	半吻合
5 016	$B_3 + B_3 B_7 + B_9$	1 504	502	0.11	82	143	+61	全吻合
9 998	$B_1 + B_7 B_9 + B_9$	2 997	920	0.094	140	100	-40	半吻合
10 000	$B_1 + B_9 B_3 + B_7$	4 000	1 229	0.093 9	190	130	-60	半吻合

注:若偶数是全吻合,则更准确的偶数分解素数对对数应该是:计算素数对数 $\times(1+\frac{1}{2})$;若偶数属半吻合,则更准确的偶数分解素数对对数等于:计算素数对对数 $\times(1-\frac{1}{3})$ 。(理论根据:可参看第二部分第一节“拼组图中的全吻合与半吻合”)。

表 1.10 偶数分解数奇数对、素数对概率对比表

偶数	奇数对数	与 8 比较	素数对概率	与 8 比较
8	2	相除	0.5	相除
100	20	扩大 10 倍	0.32	缩小 1.56 倍
1 000	200	扩大 100 倍	0.171	缩小 2.92
10 000	2 000	扩大 1 000 倍	0.093 9	缩小 5.32 倍

通过“21 个偶数分解素数对一览表”和“偶数分解数奇数对、素数对概率对比表”,我们可以得出如下结论:

其一,偶数分解数奇数对对数随着偶数增大而成几何级数增加;

其二,偶数分解数素数对概率随着偶数增大而成算术级数减少。

十、“哥德巴赫猜想”成立性的确立

前节“九”告诉我们,计算偶数分解数素数对的公式是 $G = EP(A)$,在这个公式中, G 表示偶数分解素数对, E 表示偶数分解数奇数对, $P(A)$ 表示偶数分解数素数对在奇数对里的概率。这个公式中的 E 和 $P(A)$ 两值是变量,随着偶数的增大, E 值扩大, $P(A)$ 值缩小。我们说(E 和 $P(A)$ 两值变化法则):

(1) 当 E 值的扩大倍数大于 $P(A)$ 值的缩小倍数时, G 值呈增大趋势;

(2) 当 E 值的扩大倍数小于 $P(A)$ 值的缩小倍数时, G 值呈缩

小趋势;

(3) 当 E 值的扩大倍数等于 $P(A)$ 值的缩小倍数时, G 值恒定。

理论计算和实查素数对的结果都告诉我们, E 和 $P(A)$ 两值的变化其结果符合第(1)法则。这就确定了“偶数愈大, 其分解数素数对愈多”理论的确立。我们把这个结论称为“偶数分解素数对定理。”

偶数分解素数对定理的证明。

命题 1.6 偶数愈大, 其分解数素数对愈多。

设: 偶数数列 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_k, M_{k+1}$, 且 $M_1 < M_2 < M_3 \dots < M_k < M_{k+1}$ 。

求证偶数分解数的素数对 $G_1 < G_2 \dots < G_k < G_{k+1}$

证: (1) 当 M_1 分解为 2 对奇数对, 奇数对里的素数对概率 $P(A)$ 值等于 0.5, 等式 $G = EP(A)$ 的右边 $2 \times 0.5 = 1$, 左边 $G_1 = 1$, 等式成立, 与实际相吻合。

例如: $M_1 = 8$

(2) 当偶数是 M_k 时, M_k 的分解数奇数对将以 $\frac{M_k}{4}$ 的速度骤增, 而奇数对中所含的素数对概率 $P(A)_k$ 却因 $P(A) = \frac{C_{\text{素数数}}^2}{C_{\text{奇数数}}^2}$ 的限制小幅度的减少。从“自然数里素数存在的整体法则”可知, 自然数中素数的减少依赖于素数的辐射定理。其减少量是某素数 n 的倒数与辐射表里存留数量的积, 即 $\frac{1-R}{n}$ (n 表示某素数, R 表示各素数辐射数的含量和)。随着偶数 M 数值的增大, $\frac{M}{4}$ 值迅速增大, 而 $\frac{1-R}{n}$ 值小幅度减少。 $\frac{1-R}{n}$ 值的减少幅度远远低于 $\frac{M}{4}$ 的增加幅度, 因而, 等式 $G = EP(A)$ 中的 G 值也将随着偶数 M 值的增大而增大, 故:

因为 $M_k > M_1$

所以 $G_k > G_1$

(3) 当偶数为 M_{k+1} 时, $M_{k+1} > M_k$, 所以, 根据(2) 所知, 其分解数素数对 $G_{k+1} > G_k$ 。

由(1), (2), (3) 可知, 因偶数数列 $M_{k+1} > M_k > \cdots > M_2 > M_1$

其分解数素数对的量, $G_{k+1} > G_k > \cdots > G_2 > G_1$

根据(1), (2), (3) 可知命题对任何 $m \in M$ 都成立。

“偶数分解素数对定理”的确立, “哥德巴赫猜想”的成立性也就得到证实。

十一、利用素数定理来计算较大偶数分解素数对

素数定理: 如果以 $\pi(x)$ 表示不超过 x (x 是一个正整数) 的素数的个数, 那么

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x)}{\frac{x}{\ln x}} = 1$$

这个定理表明, 当 x 很大的时候, $\pi(x)$ 与 $\frac{x}{\ln x}$ 的值很接近。也就是说, 它们的比接近于 1。

我们利用素数定理求出较大偶数所包含的素数个数, 用素数个数求出较大偶数分解奇数对的素数对的概率, 再利用求素数对公式 $G = EP(A)$ 求出较大偶数的分解素数对, 最后, 再把 12 个较大偶数的分解素数对各项值放在一起比较, 其结果显然与偶数分解定理: “偶数愈大其分解素数对愈多” 的结论相吻合。这就有力支持了哥德巴赫猜想成立性的理论。

1. 求偶数 10^5 的分解数素数对

用公式 $E = \frac{M}{10} \times 2$ 求出偶数分解奇数对与奇数个数

$$E = \frac{10^5}{10} \times 2 = 2 \times 10^4 \text{ 对} = 4 \times 10^4 \text{ 个}$$

用公式 $\pi(x) = \frac{x}{\ln x}$ 求出偶数包含的素数个数, 已知 $\ln x = 2.303 \lg x$

$$\pi(x) = \frac{10^5}{2.303 \times 5} = \frac{10^5}{11.515} = 8\,684 \text{ 个}$$

用概率公式求出偶数分解数素数对的概率

$$P(A) = \frac{C_{8\,684}^2}{C_{4 \times 10^4}^2} = \frac{75\,411\,856}{16 \times 10^8} = 0.047\,132\,41$$

用公式 $G = EP(A)$ 求偶数分解数素数对

$$G = 2 \times 10^4 \times 0.047\,1 = 942 \text{ 对}$$

2. 求偶数 10^6 的分解数素数对

$$E = \frac{10^6}{10} \times 2 = 2 \times 10^5 \text{ 对} = 4 \times 10^5 \text{ 个}$$

$$\pi(x) = \frac{10^6}{2.303 \times 6} = \frac{10^6}{13.818} = 72\,369 \text{ 个}$$

$$P(A) = \frac{C_{72\,369}^2}{C_{4 \times 10^5}^2} = \frac{5\,237\,272\,161}{16 \times 10^{10}} = 0.032\,732\,951$$

$$G = EP(A) = 2 \times 10^5 \times 0.032\,733 = 6\,546 \text{ 对}$$

3. 求偶数 10^7 的分解数素数对

$$E = \frac{10^7}{10} \times 2 = 2 \times 10^6 \text{ 对} = 4 \times 10^6 \text{ 个}$$

$$\pi(x) = \frac{10^7}{2.303 \times 7} = \frac{10^7}{16.121} = 620\,309 \text{ 个}$$

$$P(A) = \frac{C_{620\,309}^2}{C_{4 \times 10^6}^2} = \frac{384\,783\,255\,481}{16 \times 10^{12}} = 0.024\,048\,95$$

$$G = EP(A) = 2 \times 10^6 \times 0.024\,049 = 48\,098 \text{ 对}$$

依照上法, 我们分别求出偶数 $10^8, 10^9, 10^{10}, 10^{11}, 10^{12}, 10^{13}, 10^{14}, 10^{15}$ 几个较大偶数的各项数据, 并填入表 1.11。

表 1.11 12 个较大偶数分解素数统计表

偶数	奇数位 总数	与 10^4 比较	包含素数 $\pi(x)$	素数对概率 $P(A)$	与 10^4 比较	计算素数对
10^4	4×10^3	(相除)	129 9	0.093 9	(相减)	190
10^5	4×10^4	扩大 10 倍	8 684	0.047 13	-0.046 77	942
10^6	4×10^5	扩大 10^2 倍	72 369	0.032 73	-0.061 17	6 546
10^7	4×10^6	扩大 10^3 倍	620 309	0.024 04	-0.069 86	48 098
10^8	4×10^7	扩大 10^4 倍	5 427 702	0.018 41	-0.075 49	368 249
10^9	4×10^8	扩大 10^5 倍	48 246 248	0.014 54	-0.079 36	2 909 625
10^{10}	4×10^9	扩大 10^6 倍	434 216 239	0.011 78	-0.082 12	23 567 000
10^{11}	4×10^{10}	扩大 10^7 倍	3 947 420 360	0.009 738	-0.084 162	194 776 587
10^{12}	4×10^{11}	扩大 10^8 倍	36 184 686 640	0.008 183	-0.085 717	163 666 375
10^{13}	4×10^{12}	扩大 10^9 倍	334 012 492 067	0.006 972	-0.086 928	13 945 542 000
10^{14}	4×10^{13}	扩大 10^{10} 倍	3 101 544 569 000	0.006 012	-0.087 888	120 244 725 000
10^{15}	4×10^{14}	扩大 10^{11} 倍	28 947 749 312 400	0.005 237	-0.088 662	1 047 465 237 800

表 1.11 的说明: 在计算偶数分解数素数对概率时, 公式 $P(A) = \frac{C_n^2}{C_m^2}$ 中的 m, n 值过大, 我们把 $P(A) = \frac{n(n-1)}{m(m-1)}$ 中的 $\frac{n(n-1)}{m(m-1)}$ 用 $\frac{n^2}{m^2}$ 代替。

理论分析和实际计算均证明了偶数数列中大于 4 的各偶数的分解素数对不是等于 1 就是大于 1, 而且, 偶数愈大, 其分解素数对愈多。这就充分证明了哥德巴赫猜想是对的, 应该肯定的。

以上证明均说明“哥德巴赫猜想”是成立的。

Revealing Goldbach Conjecture

1. Put Forward a Question

It's a simple problem that an even number can decompose the sum of two prime numbers. But whether it's true for all the even numbers is a complicated problem. In recent two hundred years, this problem is always disturbing the mathematics field and we have not a satisfying answer. In spare time, we studied this problem and we thought we have got the answer. Now we bring it forward and hope to get a pertinent comment.

To this conjecture, we think it is true. Why? Let's look through these theorems, formulas, lists and some proofs.

2. The Infinity Theorem of Prime Number

Theorem: Prime numbers are infinite in natural numbers. For this theorem has been a law, we need not prove it. But it is a key position in the proof of the conjecture. Because of this theorem, we can know prime number's distribution in natural numbers are prolonging with the natural numbers table's extension. Prime number is endless like natural. In fact, prime numbers are

natural number. We take this theorem out in order to resolve this problem conveniently.

If a prime number is limited, it must have a minimum element N . So to an even number which is equal to and more than $2N$, it's impossible to find one pair or some pairs of prime numbers to decompose this even number. They exist in natural numbers list endlessly. Only by this the conjecture's truth can be ensured.

3. List of Prime Numbers Within 10 000

In order to prove the conjecture, first we should make a prime number list in 10 000. This list is different from general list. We put every number in its position respectively, so it is very distinct and easy to use (Referring to another graph "the prime numbers list with 10 000").

The making way of the prime numbers list of four column is prime the method of the prime number's radiation, which means: from the least prime number 2, if we radiate the prime number 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ... in order, after subtracting each radiation numbers from natural number list, The remained number in the list are prime numbers. These prime number aspect 2 and 5, all aggregate in column B_1, B_3, B_7, B_9 in natural numbers list. For in the form of "four columns" we call this list "prime number list in 10 000 in four columns". Here is the making process:

1. First we set up a natural numbers list in 10 000

We use "A" to mark the rows of this list. The numerals are determined by the natural numbers that are in the places more

than ten and we also refer to unit's place. When the data ten's place is "0", the numerals of "A" need not be marked. When it is not "0" (i. e. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), the numerals of "A" adds one. For example, 320 is located in the row of A_{32} , and 321, 322, ..., 329 are located in the row of A_{33} .

We use "B" to mark the columns of the list. The numerals are determined by the datum in unit's place. For example, 1, 11, 21, ... are located in B_1 ; 2, 12, 22, ... are located in B_2 ; 3, 13, 23, ... are located in B_3 . It's the same to others.

Graph 1: List of prime number within 10 000

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}
A_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A_2	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A_3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A_4	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A_5	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A_6	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A_7	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
A_8	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A_9	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
A_{10}	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A_{11}	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
A_{12}	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
A_n									

2. Prime number's radiation and radiation number

"1" in natural number is unit number, so we remove it from the list. The following number is "2" which is a prime number.

Multiply 2 by the number which is equal to 2 and more than 2, i. e. $2 \times 2 = 4, 2 \times 3 = 6, 2 \times 4 = 8, 2 \times 5 = 10, 2 \times 6 = 12, 2 \times 7 = 14, \dots$, these products are radiation numbers of 2. If we remove these products from our list, we will get the radiation numbers list of prime number "2". When we remove these radiation numbers of 2 from the natural number list, the data in column B_2, B_4, B_6, B_8, B_0 are removed except 2. (Referring to Graph 2)

Graph 2: The radiation numbers list of prime number 2

	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9
A_1	2	3	5	7	9
A_2	11	13	15	17	19
A_3	21	23	25	27	29
A_4	31	33	35	37	39
A_5	41	43	45	47	49
A_6	51	53	55	57	59
A_7	61	63	65	67	69
A_8	71	73	75	77	79
A_9	81	83	85	87	89
A_n				

The next prime number is 3. Its radiation number is the remained numbers. When we remove the product of multiplying 3 by the number which is equal to 3 and more than 3 from Graph 2, i. e. $3 \times 3 = 9, 3 \times 5 = 15, 3 \times 7 = 21, 3 \times 9 = 27, 3 \times 11 = 33, 3 \times 13 = 39, 3 \times 15 = 45, 3 \times 17 = 51, 3 \times 19 = 57, 3 \times 333 = 999$. If we remove these products from Graph 2, we'll get Graph 3.

Graph 3: The radiation numbers list of 2, 3

	B_1		B_3	B_5		B_7	B_9
A_1		2	3	5		7	
A_2	11		13			17	19
A_3			23	25			29
A_4	31			35		37	
A_5	41		43			47	49
A_6			53	55			59
A_7	61			65		67	
A_8	71		73			77	79
A_9			83	85			89
A_{10}	91			95		97	
A_{11}	101		103			107	109
A_n						

The radiation numbers of 5 are: $5 \times 5 = 25$, $5 \times 7 = 35$, $5 \times 11 = 55$, $5 \times 13 = 65$, $5 \times 17 = 85$, $5 \times 19 = 95$, $5 \times 1\,999 = 9\,995$. Remove these products from Graph 3, we'll get Graph 4.

Graph 4: The radiation numbers list of 2, 3, 5

	B_1		B_3	B_7		B_9
A_1		2	3	5	7	
A_2	11		13	17		19
A_3			23			29
A_4	31			37		
A_5	41		43	47		49
A_6			53			59
A_7	61			67		
A_8	71		73	77		79
A_n					

The radiation numbers of 7 are: $7 \times 7 = 49$, $7 \times 11 = 77$, $7 \times 13 = 91$, $7 \times 17 = 119$, $7 \times 19 = 133$, $7 \times 23 = 161$, $7 \times 29 = 203$, ..., $7 \times 1427 = 9\,989$. Remove these products from Graph 4, we'll get Graph 5.

Graph 5: The radiation numbers list of 2, 3, 5, 7

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_1	2	3	5 7	
A_2	11	13	17	19
A_3		23		29
A_4	31		37	
A_5	41	43	47	
A_6		53		59
A_7	61		67	
A_8	71	73		79
A_9		83		89
A_{10}			97	
A_{11}	101	103	107	109
A_{12}		113		
A_n			

The following prime numbers are 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. If we radiate these 25 prime numbers in order and remove the radiation numbers from the radiation number list, we'll get a number list on which are all prime numbers. Now we set up a prime numbers

list in 10 000.

3. Differentiation between prime number district and non — prime prime numbers district

Prime number district is the following: when we don't radiate a prime number, the numbers which are less than the square number of this prime number are all prime numbers, which is the district of the prime number.

For example, to prime number “2”, $2^2 = 4$, the numbers which are less than 4 and are in the radiation numbers list are 2, 3, then this district is prime number district of “2”.

To prime number “3”, $3^2 = 9$, the numbers which are less than 9 and are in the radiation numbers list are 5, 7, then this district is prime number district of “3”.

To prime number “5”, $5^2 = 25$, the numbers which are less than 25 and are in the radiation number list are 11, 13, 17, 19, 23, then this district are prime numbers district of “5”.

To prime number “7”, $7^2 = 49$, the number which are less than 49 and are in the radiation numbers list are 29, 31, 37, 41, 43, 47, this district is prime numbers district of “7”.

To the other prime numbers such as 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 53, 47, 43, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 93, 90, 97, the prime numbers district is amplifying with radiating these prime numbers until we radiate all of these prime numbers. If we remove radiation numbers from radiation number list, we'll get a prime number list in 10 000.

4. The Distribution Theorem of Prime Numbers

Theorem: All of prime numbers are distributed in Four columns (i. e. B_1, B_3, B_7, B_9) of the natural numbers list except 2 and 5; in every column there are infinite prime numbers; the quantity of numbers in each column is equal from a theoretical angle.

This theorem contains three aspects. The first is distribution districts, i. e. “four columns”; the second is that there are infinitely many prime numbers in each column; the third is that the quantity of numbers in each column is equal.

Let's look at the first problem; distribution districts. As we know, after radiating prime numbers, 2, 3, 5, all of numbers in column $B_2, B_4, B_5, B_6, B_8, B_0$ are removed except “2” and “5”, and we have only four columns: B_1, B_3, B_7, B_9 . Of course, the other prime numbers can only exist in these four columns.

The following is the second problem; there are infinite prime numbers in each column. We can comprehend this with the help of the infinity theorem of prime numbers, As we all know, prime numbers are infinite in natural numbers. But in fact, the numbers in “four columns” are arranged in rows of natural number, the arrangement of each column is endless. So prime numbers in these columns are endless. i. e. infinite.

The third problem; the quantity of numbers in each column is equal from a theoretical angle. What can we comprehend this problem? Let's look at Graph 4 and the remained in the radiation numbers of four columns. When we remove a prime number's

radiation number, we can get the same result.

i. e. equivalence — equivalence = equivalence

The distribution theorem of prime numbers provides a good condition for the probability equivalence of the even numbers decomposition numbers prime numbers pairs in each column combination group.

5. The Existing Theorem of Prime Numbers

Theorem: Prime numbers except 2 and 5 exist in a frame of radiation list of prime numbers 2, 3, 5. This theorem can help us prove the “conjecture”. Why can we say it? Let’s talk about it from two aspects:

First, what’s the frame of radiation list of prime numbers 2, 3, 5. Let’s take a look of Graph 4. After radiating prime numbers 2, 3, 5, we can see these columns have such form: one lattice without datum and two lattices with datum and it will continue endlessly. We can use black block to represent lattice with datum and use white block to represent lattice without datum. Therefore we’ll get Graph 6. We call this figure the frame of radiation list of prime numbers 2, 3, 5. We can see in column B_1 and B_7 , it must be white block (or empty block) when the numerals of A is $3n$ ($n \in N$), and in column B_3 and B_9 , it must be white block (or empty block) when the numerals of A is $3n+1$ ($n \in N$). This structure form of “black, black, white” (or “solid, solid, empty”) is the frame of radiation list of prime numbers 2, 3, 5 as what we define. Because except 2, 3 and 5 all of the prime numbers exist

in this frame, so it will help us reveal the “conjecture”.

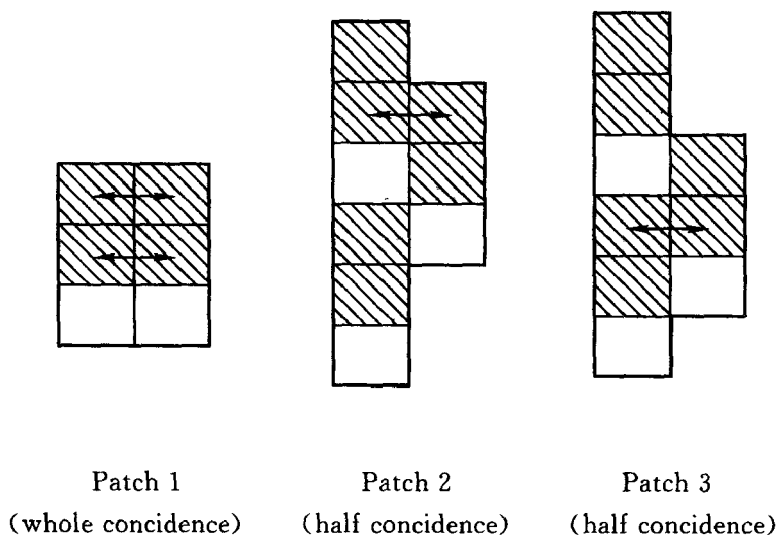
Graph 6: The frame of radiation of 2,3,5

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_1				
A_2				
A_3				
A_4				
A_5				
A_6				
A_7				
A_8				
A_9				
A_{10}				
A_{11}				
A_n			

Second, “gene ciphers” is used to prove “conjecture”. We can see in Graph 6, its fundamental forms are one lattice without datum and two lattices with data, i. e. “solid, solid, empty”. We call this form “gene ciphers” which can help us prove the “conjecture”. Why can we say that? We can see the following patches.

According to Graph 7, in patch 1, we can see that we have three combinations: “solid—solid; solid—solid; empty—empty”, and combination of “solid—solid” occupied 67 percent. In patch 2 and 3 we can see that they have only one combination of “solid—solid”, it occupied 33 percent. We don't have the fourth combination. In these three patches, though the frequency of combination of “solid—solid” is different, yet the frequency is not zero. It will predict that there are prime number pairs in the combination groups of the even numbers decomposition numbers.

Graph 7: The drawing of combination groups



In addition, we call the form of patch 1 as whole coincidence, and patch 2 and patch 3 as half coincidence. The whole

coincidence and the half coincidence determine the positive and negative error between calculating prime number pairs and referring result of prime number pairs in the even numbers decomposition prime number pairs.

Thus, among the three combinations, what average probability does the "solid, solid" combination hold?

That is : $(67\% + 33\% + 33\%) \div 3 = 0.44$

That output of probability computing formula is

$$P(A) = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{4 \times 3}{6 \times 5} = 0.4$$

The two outputs are the same. It means that the output of probability formula is the average output of the "solid, solid" combination among the three combinations. But in the real combinations of even number decomposition numbers prime number pairs, there are three different combinations.

6. The Whole Existing Rule of Prime Numbers in Prime Number List

Theorem: "The prime number in prime list distribute from density to sparseness, diminish regularly, but never vanish." The mentioned rule refers to the radiation rule of prime number.

1. The radiation rule of prime number: "The radiation number of one prime number, which is equal to the product of the prime number multiply by the remained numbers that is greater than or equal to the prime number."

For example: the radiation numbers of 7 is:

$$7^2 = 49 \quad 7 \times 11 = 77 \quad 7 \times 13 = 91$$

$$7 \times 17 = 119 \quad 7 \times 19 = 133 \quad \dots$$

The radiation numbers of 11 is;

$$11^2 = 121 \quad 11 \times 13 = 143 \quad 11 \times 19 = 209$$

$$11 \times 23 = 253 \quad \dots \text{ and so on.}$$

2. “The radiation numbers of a prime number in the natural numbers. Whose output is equal to the prime numbers’ reciprocal multiply by one and then subtract the whole content sum of each prime numbers radiation numbers that are less than the prime numbers”.

$$\text{Formula: } r = \frac{1}{n}(1 - R) = \frac{1 - R}{n}$$

“ r ” refers to the content of some certain prime number in the natural numbers;

“ n ” refers to some certain prime number;

“ R ” refers to the whole content sum of the radiation number of each prime number in natural numbers, which are less than some certain prime number.

3. When prime number radiate once, the existing number in the prime number list reduces correspondingly and its density reduces correspondingly too. The quantity of reduction of each time is just equal to the output of the remained numbers in the list of radiation multiply by $\frac{1}{n}$ of this prime number, and there are always $\frac{n-1}{n}$ remained numbers are left. This is the theoretical ground of “never disappearing” of this theory.

The whole existing rule of prime number in the prime numbers list, which provides the guarantee for setting up approximate equality of average value of “column combination groups”.

7. The Calculating Method of Even Number Decomposition Odd Number Pairs

Any even numbers except 2 can be divided into one or more odd number pairs. All even numbers can find the corresponding decomposition odd number pairs in the odd numbers list of four columns. The numbers of odd number pairs are directly proportional to the value of even numbers.

1. The calculation formula of even number decomposition odd number pairs

The calculating formula of the natural numbers list: $E = \frac{M}{4}$

The calculating formula of odd numbers list of four columns:

$E = \frac{M}{10} \times 2$ (When the unit position of even number is "0".)

$E = \frac{M}{10} \times 1.5$ (When the unit position of even number is not "0".)

"E" refers to odd number pairs, "M" refers to even number.

For example: calculating decomposition numbers odd number pairs of even numbers such as 100, 212, 504, 1 286, 9 928. (Referring to Graph 8)

According to the calculating formula of odd numbers list of four columns:

$$100, E = \frac{100}{10} \times 2 = 20 \text{ pairs}$$

$$212, E = \frac{212}{10} \times 1.5 \approx 31 \text{ pairs}$$

$$504, E = \frac{504}{10} \times 1.5 \approx 75 \text{ pairs}$$

$$1\,286, E = \frac{1\,286}{10} \times 1.5 \approx 192 \text{ pairs}$$

$$9\,928, E = \frac{9\,928}{10} \times 1.5 \approx 1\,489 \text{ pairs}$$

Graph 8: The odd numbers list of columns

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_1	1	3	7	9
A_2	11	13	17	19
A_3	21	23	27	29
A_4	31	33	37	39
A_5	41	43	47	49
A_6	51	53	57	59
A_7	61	63	67	69
A_8	71	73	77	79
A_9	81	83	87	89
A_{10}	91	93	97	99
A_{11}	101	103	107	109
A_{12}	111	113	117	119
A_{13}	121	123	127	129
A_n			

2. The choosing position list of the even number decomposition odd number pairs (referring to Graph 9)

Graph 9: The choosing position list of the even number decomposition odd number pairs

unit number	The choosing position of prime numbers of columns
0	$B_1 + B_9, B_3 + B_7$
2	$B_1 + B_1, B_3 + B_9$
4	$B_7 + B_7, B_1 + B_3$
6	$B_3 + B_3, B_7 + B_9$
8	$B_9 + B_9, B_1 + B_7$

It tells us that any even number can find its proper decomposition numbers odd number pairs in the odd numbers list of four columns.

8. The Probability of Prime Number Pairs in the Even Number Decomposition Numbers Odd Number Pairs

There are three kinds of even number decomposition odd numbers: first, prime number pairs; second, prime combination pairs; third, combination pairs. For example 100 is an even number, whose decomposition numbers odd number pairs include:

Odd number pairs: $11 + 89, 41 + 59, 71 + 29, 3 + 97, 53 + 47, 83 + 17$; the total pairs are six.

Combination pairs: $51 + 49, 91 + 9$, the total pairs are two.

Prime combination pairs: $21 + 79, 31 + 69, 61 + 39, 81 + 19, 13 + 87, 23 + 77, 33 + 67, 43 + 57, 63 + 37, 73 + 27, 93 + 7$; the total pairs are eleven.

Three kinds of them add up to 20 pairs that is 40 odd number. Thus, which is the probability of the prime number pairs in the total pairs? According to the calculating formula of probability:

$$P(A) = \frac{C_{23}^2}{C_{40}^2} = \frac{23 \times 22}{40 \times 39} = \frac{506}{1560} \approx 0.32$$

Verificaton: $20 \times 0.32 \approx 6$ (pairs), the result is identical with the fact.

In the above formula, how can we get the number 23? There are 25 prime numbers within 100, subtracting the number 2 of column B_2 and the number 5 of column B_5 , we can get it.

What is the probability of the prime number pairs in the even number 100 of decomposition odd number pairs?

Solution: according to the formula $E = \frac{M}{10} \times 2$, we can get the odd number pairs.

$$E = \frac{1000}{10} \times 2 = 200 \text{ pairs} = 400 \text{ pieces}$$

There are 166 prime numbers in the column B_1, B_3, B_7, B_9 within 1000.

According to the probability formula, we can get:

$$P(A) = \frac{C_{166}^2}{C_{400}^2} = \frac{166 \times 165}{400 \times 399} = \frac{27390}{159600} \approx 0.171$$

So the probability of prime number pairs in the decomposition odd number pairs of even number 1000 is about 0.171.

9. Calculating Prime Numbers in the Even Number Decomposition Numbers Odd Number Pairs

Theorem: The prime number pairs in the even numbers de-

composition numbers are equal to the odd number pairs in this even numbers decomposition numbers multiply the probability of the prime number pairs included in the odd number pairs.

Formula: $G = EP(A)$

“G” refers to the prime number pairs in the even number decomposition numbers odd number pairs.

“E” refers to the logarithm of the even numbers decomposition numbers odd number pairs.

“P(A)” refers to the probability of the prime number pairs in the odd number pairs.

Example 1: Calculating the decomposed prime number pairs within 542.

Solution:

1. According to graph 9, we can get that the selected location of 542 should be in $B_1 + B_3$, $B_3 + B_9$.

2. According to the formula to calculate the figure of odd numbers;

$$E = \frac{M}{10} \times 1.5 = \frac{542}{10} \times 1.5 \approx 81 \text{ pairs} = 162 \text{ pieces}$$

3. There are 98 prime numbers within 542. (Referring to graph).

There are 72 prime numbers in the column B_1 , B_3 , B_9 .

4. 72 prime numbers make up 36 pairs, Whose probability of prime number pairs is

$$P(A) = \frac{C_{72}^2}{C_{162}^2} = \frac{5112}{26082} \approx 0.19$$

5. Calculating prime number pairs:

$$G = EP(A); G = 81 \times 0.19 = 15 \text{ pairs}$$

6. Referring to: There are $43+99$, $103+439$, $163+379$, $193+349$, $313+229$, $433+109$, $463+79$, $523+19$, in B_3+B_7 , and $211+331$, $271+271$ in B_1+B_1 , which add up to 10 pairs altogether.

7. Conclusion: Comparing the calculating result with referring result, the error is 5.

Example 2: Calculating decomposition prime number pairs of even number pairs 1 004.

Solution:

1. Ascertaining the choosing position, referring to Graph 9, we can get: B_1+B_3 , B_7+B_7 .

2. Calculating decomposition number pairs .

$$E = \frac{1\ 004}{10} \times 1.5 \approx 150 \text{ pairs} = 300 \text{ pieces}$$

3. Referring to the prime number list. We can get there are 168 prime numbers in 1 004.

$$(168-2) \times \frac{3}{4} = 166 \times \frac{3}{2} \approx 122 \text{ pieces}$$

4. Calculating the probability of prime number pairs in the decomposition numbers

$$P(A) = \frac{C_{122}^2}{C_{300}^2} = \frac{14\ 762}{89\ 700} \approx 0.163$$

5. Calculating the prime number pairs

$$150 \times 0.16 = 24 \text{ pairs}$$

Referring to: $151+851$, $181+823$, $271+733$, $331+673$, $541+463$, $571+433$, $633+373$, $691+313$, $811+193$, $991+13$, in B_1+B_3 ; $7+997$, $37+967$, $67+937$, $97+907$, $127+877$, $227+727$, $397+607$, $457+547$ in B_7+B_7 . The total pairs are 18 and the error is 7.

Graph 10 is 21 even numbers decomposition prime number pairs browsing figure Graph 11 is the even numbers decomposition numbers odd number pairs ,the probability of prime number pairs comtrasting figure . Graph 10;21 even numbers decomposition prime number pairs browsing figure.

**Graph 10 :21 even numbers decomposition prime number pairs
browsing figure**

A	Choosing position of column B	The total numbrs of odd numbers' figure	The contained prime numbers	The probability of prime pairs	Calculating prime number pair	Re-ference	Error	The additional explanation
4	$B_1 + B_3 \quad B_7 + B_7$	4	2	0.5	1	1	0	
8	$B_1 + B_7 \quad B_9 + B_9$	4	3	0.5	1	1	0	
10	$B_1 + B_9 \quad B_3 + B_7$	5	4	0.66	2	2	0	
22	$B_1 + B_1 \quad B_3 + B_9$	11	6	0.27	2	2	0	
44	$B_1 + B_3 \quad B_7 + B_7$	15	10	0.42	3	3	0	
66	$B_3 + B_3 \quad B_7 + B_9$	20	12	0.34	4	5	+1	
88	$B_1 + B_7 \quad B_9 + B_9$	26	14	0.28	3	3	0	
100	$B_1 + B_9 \quad B_3 + B_7$	40	23	0.32	6	6	0	
212	$B_1 + B_1 \quad B_3 + B_9$	63	33	0.27	6	6	0	
324	$B_1 + B_3 \quad B_7 + B_7$	96	51	0.27	13	20	+7	
436	$B_3 + B_3 \quad B_7 + B_9$	129	62	0.22	14	10	-4	
542	$B_1 + B_1 \quad B_3 + B_9$	162	100	0.19	15	10	-5	
658	$B_1 + B_7 \quad B_9 + B_9$	195	87	0.19	18	18	0	
760	$B_1 + B_9 \quad B_3 + B_7$	304	132	0.18	28	21	-7	
802	$B_1 + B_1 \quad B_3 + B_9$	240	112	0.21	25	24	-1	
914	$B_1 + B_3 \quad B_7 + B_7$	273	120	0.19	26	27	+1	
1 000	$B_1 + B_9 \quad B_3 + B_7$	400	166	0.171	34	28	-6	
1 004	$B_1 + B_3 \quad B_7 + B_7$	301	122	0.164	24	18	-6	
5 016	$B_3 + B_3 \quad B_7 + B_9$	1 504	502	0.11	82	143	+61	
9 998	$B_1 + B_7 \quad B_9 + B_9$	2 997	920	0.094	140	100	-40	
10 000	$B_1 + B_9 \quad B_3 + B_7$	4 000	1 229	0.093 9	190	130	-60	

Graph 11: The even number decomposition numbers odd number pairs ,probability of prime number pairs contrasting figure

Even numbers	Odd number pairs	Comparing with 8	The probability of prime number pairs	Comparing with 8
8	2		0.5	
100	20	Extending 10 times	0.32	Lessening 1.56 times
1 000	200	Extending 100 times	0.171	Lessening 2.92 times
10 000	2 000	Extending 1 000 times	0.093 9	Lessening 5.32 times

According to Graph 10 and Graph 11, we can get the following conclusions:

First, with the increase of even number, even number, even number decomposition numbers odd number pairs logarithm increase as geometric series.

Second, with the increase of even number, the probability of even number decomposition numbers prime number pairs decrease as arithmetic series.

10. The Confirmation of Goldbach Conjecture

From the “chapter 9” of article, we can conclude that the formula of computing even number decomposition numbers prime number pairs is $G=EP(A)$. In this formula, “G” refers to the even numbers decomposition numbers prime number pairs; “E” refers to the even numbers decomposition numbers odd number

pairs ; " $P(A)$ " refers to the probability of even numbers decomposition number prime number pairs in odd number pairs. In this formula, " E " and " $P(A)$ " are variable . As the increase of even number, " E " increases and " $P(A)$ " decreases. We can say:

1. When the increasing duplication of " E " is larger than the decreasing duplication of " $P(A)$ ", the value of " G " shows the increasing trend.

2. When the increasing duplication of " E " is equal to the decreasing duplication of " $P(A)$ ", the value of " G " shows the decreasing trend.

3. When the increasing duplication of " E " is equal to the decreasing duplication of " $P(A)$ ", the value of " G " shows the invariable.

Theory and calculation tell as that the variable result of the " E " and " $P(A)$ " correspond to the first item, which verify the correct of the theory of "the larger the even number, the more the decomposition prime number pairs". We call this conclusion "the theory of decomposition even numbers prime number pairs".

The verification of decomposition prime number pairs theory.

Theorem: "The larger the even number is, the more the decomposition of prime number pairs are ".

Assumption: even number sequence $M_1, M_2, M_3, \dots, M_k, M_{k+1}$, and $M_1 < M_2 < M_3 < \dots < M_k < M_{k+1}$.

Verifying the prime numbers of even numbers decomposition number $G_1 < G_2 < \dots < G_K < G_{K+1}$.

Verification:

1. When M_1 is decomposed into two odd number pairs. In the odd number pairs, the probability $P(A)$ is equal to 0.5, in the equality $G=EP(A)$, the right side is $2 \times 0.5 = 1$, and the left side is $G_1 = 1$, So the equality is confirmed and is in accordance with fact.

For example, $M_1 = 8$

2. When even number is M_k , the decomposition odd number pairs will have a abrupt increase at the speed of $\frac{M_k}{4}$, and in odd number pairs, the probability of prime number pairs $P(A)_k$ will decrease in small amplitude for the limitation of

$$P(A) = \frac{C^2}{C^2} \frac{\text{the number of prime ones}}{\text{the number of odd ones}}$$

According to “the whole rule of the existing prime numbers in natural numbers”, the decreasing of prime numbers in natural numbers depends on the reduction theorem of the prime numbers. Its decrease result is the reciprocal of prime number “ n ” multiply by the remained numbers in the radiation list, that is $\frac{1-R}{n}$ (“ n ” refers to some certain prime number, “ R ” refers to the whole content sum of each prime number radiation numbers).

With the increase of even number M , $\frac{M}{4}$ increases sharply, while

$\frac{1-R}{n}$ decreases with small amplitude; the decreasing amplitude

variation of $\frac{1-R}{n}$ is far iessen than the increasing amplitude vari-

ation of $\frac{M}{4}$. Thus, in the equality $G=EP(A)$, “ G ” will increase

with the increase of even number M ; So

$$M_k > M_1 \quad G_k > G_1$$

3. When the even number is M_{k+1} , because $M_{k+1} > M_k$, according to 2, its decomposition numbers prime number pairs $G_{k+1} > G_k$.

According to 1, 2, 3, because even number sequence $M_{k+1} > M_k > \dots > M_2 > M_1$, The quantity of its decomposition numbers prime number pairs, $G_{k+1} > G_k > \dots > G_2 > G_1$.

According to 1, 2, 3, we can deduce that for every $m \in M$, the proposition is tenable, because of the establishment of the theorem of the even numbers decomposition prime number pairs, "Goldbach Conjecture" is confirmed.

11. Calculating Prime Number Pairs of Decomposing larger Even Number by Using the Theorem of Prime Number

The Theorem of Prime Number:

If $\pi(x)$ indicates the amount of prime number which is not in excess of x (x is a any given positive integer), that,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x)}{\frac{x}{\ln x}} = 1$$

This theorem shows that when x is larger enough, $\pi(x)$ is very close to the value of $x/\ln x$. That is, their specific value is close to 1.

Using the Theorem how many prime number a larger even number contains can be calculated. Accordingly, we can also calculating the probability of prime number pairs in the even num-

ber decomposition numbers odd number pairs. Then using the formula of prime number pair $G=EP(A)$. how many decomposing prime number pairs a larger even number contains can be calculated. Finally by comparing every required value of decomposing prime number pairs of the twelve larger even numbers, we can discover that the result coincides with the theorem of decomposing even number which is, the larger an even number is, the more prime number pairs it contains. It strongly supports the “Goldbach Conjecture”.

1. Calculating how many decomposing prime number pairs the even number 10^5 contains.

Using the formula $E=\frac{M}{10}\times 2$ to calculate even number decomposition odd number pairs and the amount of odd number.

Using the formula $\pi(x)=\frac{x}{\ln x}$ to calculate how many prime number the even number contains.

$$E=\frac{10^5}{10}\times 2=2\times 10^4 \text{ pairs}=4\times 10^4 \text{ pieces}$$

$$\text{Siren } \ln x=2.303 \lg x \cdots$$

The probability of decomposing prime number pairs can be calculated by using the formula of probability.

Using the formula $G=EP(A)$ to calculate decomposing prime number pairs of even number.

$$\pi(x)=\frac{10^5}{2.303\times 5}=\frac{10^5}{11.515}=8\,684$$

$$P(A)=\frac{C_{8\,684}^2}{C_{4\times 10^4}^2}=\frac{75\,411\,856}{16\times 10^8}=0.047\,132\,41$$

$$G = 2 \times 10^4 \times 0.0471 = 942 \text{ pairs}$$

2. Calculating how many prime number pairs the even number 10^5 contains.

$$E = \frac{10^5}{10} \times 2 = 2 \times 10^4 \text{ pairs} = 4 \times 10^4 \text{ pieces}$$

$$\pi(x) = \frac{10^5}{2.303 \times 6} = \frac{10^5}{13.818} = 72369$$

$$P(A) = \frac{C_{72369}^2}{C_{1 \times 10^5}^2} = \frac{5237272161}{16 \times 10^{10}} = 0.032732951$$

$$G = EP(A) = 2 \times 10^4 \times 0.032733 = 6546 \text{ pairs}$$

3. Calculating how many decomposing prime number pairs the even number 10^7 contains.

$$E = \frac{10^7}{10} \times 2 = 2 \times 10^6 \text{ pairs} = 4 \times 10^6 \text{ pieces}$$

$$\pi(x) = \frac{10^7}{2.303 \times 7} = \frac{10^7}{16.121} = 620309$$

$$P(A) = \frac{C_{620309}^2}{C_{1 \times 10^7}^2} = \frac{384783255481}{16 \times 10^{12}} = 0.02404895$$

$$G = EP(A) = 2 \times 10^6 \times 0.024049 = 48098 \text{ pairs}$$

According to the method here in before, we can calculate every required value of the larger even number $10^8, 10^9, \dots, 10^{15}$ one by one and fill them into the following tabulature.

Notes: When calculating the probability of decomposing prime number pairs of even number, the value of m, n in the formula $P(A) = \frac{C_n^2}{C_m^2}$ is too large, so $\frac{n^2}{m^2}$ is taken instead of $\frac{n(n-1)}{m(m-1)}$

in the formula $P(A) = \frac{n(n-1)}{m(m-1)}$.

Graph 12 even numbers decomposition prime number pairs browsing figure

Even numbers	The total numbers of odd numbers' figure	Comparing with 10^4	The contained prime numbers	The probability of prime pairs	Comparing with 10^4	Calculating prime number pair
10^4	4×10^3		129 9	0.093 9		190
10^5	4×10^4	Extending 10 times	8 684	0.047 13	-0.046 77	942
10^6	4×10^5	Extending 10^2 times	72 369	0.032 73	-0.061 17	6 546
10^7	4×10^6	Extending 10^3 times	620 309	0.024 04	-0.069 86	48 098
10^8	4×10^7	Extending 10^4 times	5 427 702	0.018 41	-0.075 49	368 249
10^9	4×10^8	Extending 10^5 times	48 246 248	0.014 54	0.079 36	2 909 625
10^{10}	4×10^9	Extending 10^6 times	434 216 239	0.011 78	-0.082 12	23 567 000
10^{11}	4×10^{10}	Extending 10^7 times	3 947 420 360	0.009 738	-0.084 162	194 776 587
10^{12}	4×10^{11}	Extending 10^8 times	36 184 686 640	0.008 183	-0.085 717	163 666 375
10^{13}	4×10^{12}	Extending 10^9 times	334 012 492 067	0.006 972	0.086 928	13 945 542 000
10^{14}	4×10^{13}	Extending 10^{10} times	3 101 544 569 000	0.006 012	-0.087 888	120 244 725 000
10^{15}	4×10^{14}	Extending 10^{11} times	28 947 749 312 400	0.005 237	-0.088 662 1	0 047 465 237 800

第二部分 素数辐射法

本书中第一部分提到素数辐射法,叙述较为简单,为了更好地理解,有必要把它单独拿出来较详细地加以说明。

一、什么是素数辐射法

素数辐射法是在探索“哥德巴赫猜想”秘密的过程中产生出来的。当时,为了制一个万以内的素数表,而不想用埃拉托色尼筛法,企图找一个更简单、更优越的方法,经过苦思冥想,总算找了出来,这就是素数辐射法。

那么,什么是素数辐射法呢?简单地说:就是为了求出自然数列 $1 \sim N$ 中的素数,先以最小的素数 2 为辐射源,乘以本身及辐射表里的存在数,其各个乘积的得数即为该素数 2 的辐射数,并把这些数从辐射表里去掉,素数 2 的辐射就算完成。然后,按顺序求出素数 3, 5, 7, 11, ... 等各素数的辐射数并相继从辐射表里去掉。直到满足需要为止。这种求素数的方法就叫素数辐射法。(参阅本书第一部分之三)。

二、素数辐射法与埃氏筛法有什么不同

为了比较素数辐射法与埃氏筛法有什么不同,首先要弄清什么是埃氏筛法。

埃氏筛法是古希腊数学家埃拉托色尼创造出来的求素数的方法。它的内容是:

求 $1, 2, 3, 4, \dots, N$ 中的所有素数。

把 N 以内的自然数(1 除外) 按顺序排列为 $2, 3, 4, \dots, N$ 。

第一个是素数 2, 在 2 的下面画一横线, 再依次把 2 的所有倍数(偶数) 划去, 可得:

$2, 3, \cancel{4}, 5, \cancel{6}, 7, \cancel{8}, 9, \cancel{10}, \dots$

2 的后面 3 没有被划掉, 说明它是一个素数。在 3 下面划一横线, 再划掉后面所有 3 的倍数(如: $6, 9, 12, 15, 18, \dots$)

3 后面挨着没有被划掉的是 5, 5 是素数, 在 5 下面画一横线, 然后划掉 5 的倍数($10, 15, 20, 25, \dots$) 这样进行下去, 直到 N 以内的数中再没有可划掉的数。而留下来的就是自然数 N 以内的素数。

埃拉托色尼进一步指出, 对于一个大整数 x , 只要知道不超过 \sqrt{x} 的所有素数 P , 就能用上述方法求出不超过 x 的全部素数。

而素数辐射法呢, 则是先制一个自然数表, (参看本书第一部分之三) 再按照素数辐射法由 2 开始, 依照顺序 $3, 5, 7, 11, \dots$ 去辐射, 并在表里把辐射数划掉, 直到在要求的范围内不存在辐射数时为止, 而留在表上的数即全部是素数。

素数辐射法和埃氏筛法的不同处在于:

(1) 素数辐射法是在一个辐射数表里进行运作的, 而埃氏筛法是在一个自然数列里进行运作的。

(2) 素数辐射法在划去几个素数的共同合数时, 只在几个素数的最小素数中的辐射数中划去, 而埃氏筛法却要依照素数的多少划去数次, 例如: 105 这个数, 它是素数 $3, 5, 7$ 三个素数的共有合数, 辐射法只在 3 的辐射数中划去就算完事。也就是说, 105 这个数只是 3 的辐射数, 而不是 5 和 7 的辐射数, 而埃氏筛法却要划去三次。

(3) 素数辐射法指向明确, 埃氏筛法指向含混。例如 7 的辐射数。(参看第一部分表 1.4, 表 1.5), 是 $7 \times 7 = 49, 7 \times 11 = 77, 7 \times 13 = 91, 7 \times 17 = 119, 7 \times 19 = 133, 7 \times 23 = 161, 7 \times 29 = 203,$

…而埃氏筛法呢?必须列出 7 的所有合数,例如 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, … 这个过程很繁琐。

(4) 素数辐射法所求出的素数都存留在辐射表上的各自框位里,看起来清晰,使用起来方便。埃氏筛法得到的素数却是一个素数数列,使用起来极不方便。

(5) 素数辐射法会产生无数个素数辐射数,那么,某素数的辐射数究竟是些什么数呢?回答是某素数的辐射数是某素数的合数,但不是某素数的所有合数。例如,11 的合数有 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143, 154, 165, … 其中只有 121, 143, … 是 11 的辐射数。别的象 22, 44, 66, 88, 110, 132, 154, … 是 2 的辐射数; 33, 99, 165, … 是 3 的辐射数; 55, … 是 5 的辐射数, 77, … 是 7 的辐射数。

三、素数辐射数的性质

由表 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5 可以看出:

(1) 素数 2 的辐射数全部集中在 $B_2, B_4, B_6, B_8, B_{10}$ 五个竖行里;素数 3 的辐射数在辐射表里是每隔两个数格出现一个;素数 5 的辐射数只存在于 B_5 的竖行里;素数 7 的辐射数则是散落在辐射表里,以后各素数的辐射数则像素数 7 一样。只是随着素数数值的增大,辐射数间的间距也随之增大。

(2) 当素数 2, 3, 5 辐射后,辐射表里存留下来的数,除 B_2 中的 2, B_5 中的 5 外,全部集中在 B_1, B_3, B_7, B_9 四个竖行里,而且,以两个有数格和一个无数格(竖看)的形式存在下来。并且各竖行间的有数格成参差状排列。

(3) 某素数的最小辐射数是该素数的平方数,最大辐射数是不存在的。例如 2, 3, 5 的最小辐射数分别的 $2^2 = 4, 3^2 = 9, 5^2 = 25$, 其它各素数的最小辐射数亦如此。

(4) 某素数的辐射数是从该素数的平方数开始的,以后的辐

射数是该素数乘以大于它的辐射表里的存在数。

$$\text{例如: } 2^2 = 4, 2 \times 3 = 6, 2 \times 4 = 8, 2 \times 5 = 10, \dots$$

$$3^2 = 9, 3 \times 5 = 15, 3 \times 7 = 21, 3 \times 9 = 27, \dots$$

$$5^2 = 25, 5 \times 7 = 35, 5 \times 11 = 55, 5 \times 13 = 65, \dots$$

$$7^2 = 49, 7 \times 11 = 77, 7 \times 13 = 91, 7 \times 17 = 119, \dots$$

(5) 辐射表里的素数区和非素数区的划分是用将要辐射的素数平方数来确定的。

例如, 2 是素数, 当它未辐射时, $2^2 = 4$, 那么, 从 2 到 4 (不包括 4) 这个范围则为素数区。其素数有 2 和 3。4 以外的区域则为非素数区, (非素数区的意思是, 素数、合数共存区); 当素数 2 辐射后, 下来是 3, $3^2 = 9$, 那么, 5 到 9 (不包括 9) 之间, 即为素数区, 其素数有 5 和 7; 素数 3 辐射后, 下来是 5, $5^2 = 25$, 那么, 10 到 25 之间 (不包括 25) 即为素数区, 其素数有 11, 13, 17, 19, 23 各数。依此类推, 素数无休止地辐射, 则素数区也就无休止的扩大, 因而, 我们可以得出一个结论:

“素数区的扩展, 与素数的相继辐射有关, 决定它的范围的是将要辐射的素数的平方数”。

四、素数辐射数在自然数里的含量

(1) 某素数的辐射数是该素数乘以辐射表里的等于它和大于它的存留数。

$$\text{例如: } 7 \text{ 的辐射数是 } 7^2 = 49, 7 \times 11 = 77, 7 \times 13 = 91, 7 \times 17 = 119, 7 \times 19 = 133, 7 \times 23 = 161, \dots$$

$$11 \text{ 的辐射数是 } 11^2 = 121, 11 \times 13 = 143, 11 \times 17 = 187, 11 \times 19 = 209, 11 \times 23 = 253, 11 \times 29 = 319, \dots$$

别的素数的辐射数依此类推。

(2) 命题 2.1 某素数的辐射数在自然数里的含量, 等于该素数的倒数乘以 1 减去小于它的各素数的辐射数在自然数里的含量

和的积。

$$r = \frac{1}{n}(1 - R)$$

r 表示某素数的辐射数在自然数里的含量。

n 表示某素数,“1”表示整个自然数。

R 表示各素数辐射数的含量和。

素数 2 的辐射数是整个自然数的 $\frac{1}{2}$;

素数 3 的辐射数是整个自然数的 $\frac{1}{6}$;

$$\frac{1}{3}(1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2 \times 3}$$

素数 5 的辐射数是整个自然数的 $\frac{1}{15}$;

$$\frac{1}{5}[1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3})] = \frac{1 \times 2}{2 \times 3 \times 5}$$

素数 7 的辐射数是整个自然数的 $\frac{4}{105}$;

$$\frac{1}{7}[1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1 \times 2}{2 \times 3 \times 5})] = \frac{1 \times 2 \times 4}{2 \times 3 \times 5 \times 7}$$

素数 11 的辐射数是整个自然数的 $\frac{8}{385}$;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{11}[1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1 \times 2}{2 \times 3 \times 5} + \frac{1 \times 2 \times 4}{2 \times 3 \times 5 \times 7})] = \\ & \frac{1}{11} \cdot \frac{1 \times 2 \times 4 \times 6}{2 \times 3 \times 5 \times 7} \end{aligned}$$

其他素数辐射数在整个自然数里的含量计算,依照此法。

从素数辐射数的性质,定理及计算过程的分析,我们不难得出某素数的辐射数在整个自然数里的含量计算公式为:

$$r = \frac{(n_1 - 1)(n_2 - 1)(n_3 - 1) \cdots (n_k - 1)}{n_1 \times n_2 \times n_3 \times \cdots \times n_k \times n_{k+1}}$$

或者是

$$r = \frac{1}{n_{k+1}} \times \frac{(n_1 - 1)(n_2 - 1)(n_3 - 1) \cdots (n_k - 1)}{n_1 \times n_2 \times n_3 \times \cdots \times n_k}$$

r 表示某素数辐射数在整个自然数里的含量;

$n_1, n_2, n_3, \cdots, n_k, n_{k+1}$ 表示由小到大按素数顺序表排列的素数。

(3) 素数辐射数在整个自然数里的含量统计

根据素数辐射数在自然数里的计算公式, 我们很容易制一个素数辐射数在整个自然数里的含量统计表, 即素数辐射数含量表 (见表 2.1)。

表 2.1 素数辐射数含量表

n	r	R	$1 - R$
2	0.5	0.5	0.5
3	0.166 666 7	0.666 666 7	0.333 333 3
5	0.066 666 7	0.733 333 4	0.266 666 6
7	0.038 095 2	0.771 428 6	0.228 571 4
11	0.020 779 2	0.792 207 8	0.207 792 2
13	0.015 984 0	0.808 191 8	0.191 808 2
17	0.011 282 8	0.819 474 6	0.180 525 4
19	0.009 501 3	0.828 976 0	0.171 024 0
23	0.007 435 8	0.831 411 8	0.168 588 2
29	0.005 813 4	0.837 225 2	0.162 774 8
31	0.005 250 8	0.842 476 0	0.157 524 0
37	0.004 257 4	0.846 733 4	0.153 266 6
41	0.003 738 2	0.850 471 6	0.149 528 4
43	0.003 477 4	0.853 949 0	0.146 051 0
47	0.003 107 5	0.857 056 5	0.142 943 5

续 表

n	r	R	$1 - R$
53	0.002 697 0	0.859 753 5	0.140 246 5
59	0.002 377 1	0.862 130 6	0.137 889 4
61	0.002 260 2	0.864 390 8	0.135 609 2
67	0.002 024 0	0.866 414 8	0.133 585 2
71	0.001 881 5	0.868 296 3	0.131 703 7
73	0.001 804 2	0.870 100 5	0.129 899 5
79	0.001 644 3	0.871 744 8	0.128 255 2
83	0.001 545 2	0.873 290 0	0.126 710 0
89	0.001 423 7	0.874 713 7	0.125 286 3
97	0.001 291 6	0.876 005 3	0.123 994 7
101	0.001 227 7	0.877 233 0	0.122 767 0
103	0.001 191 9	0.878 424 9	0.121 575 1
107	0.001 136 2	0.879 561 1	0.120 438 9
109	0.001 104 9	0.880 666 0	0.119 334 0
113	0.001 056 1	0.881 722 1	0.118 277 9
127	0.000 931 3	0.882 653 4	0.117 346 6
131	0.000 895 8	0.883 549 2	0.116 450 8
137	0.000 850 0	0.884 399 2	0.115 600 8
139	0.000 831 7	0.885 230 9	0.114 769 1
149	0.000 770 3	0.886 001 2	0.113 998 8
151	0.000 755 0	0.886 756 2	0.113 243 8
157	0.000 721 3	0.887 477 5	0.112 522 5

续 表

n	r	R	$1 - R$
163	0.000 690 3	0.888 167 8	0.111 832 2
167	0.000 669 7	0.888 837 5	0.111 162 5
173	0.000 642 6	0.889 480 1	0.110 519 9
179	0.000 617 4	0.890 097 5	0.109 902 5
181	0.000 607 1	0.890 704 6	0.109 295 4
191	0.000 572 2	0.891 276 8	0.108 723 2
193	0.000 563 3	0.891 840 1	0.108 159 9
197	0.000 549 0	0.892 389 1	0.107 610 9
199	0.000 540 7	0.892 929 8	0.107 070 2
211	0.000 507 4	0.893 437 2	0.106 562 8
223	0.000 477 8	0.893 915 0	0.106 085 0
227	0.000 467 3	0.894 382 3	0.105 617 7
229	0.000 461 2	0.891 843 5	0.105 156 5
233	0.000 451 3	0.895 294 8	0.104 705 2
239	0.000 438 0	0.895 732 8	0.104 267 2
241	0.000 432 6	0.896 165 4	0.103 834 6
251	0.000 413 6	0.896 579 0	0.103 421 0
257	0.000 402 4	0.896 981 4	0.103 018 6
263	0.000 391 7	0.897 373 1	0.102 626 9
269	0.000 381 5	0.897 754 6	0.102 245 4
271	0.000 377 2	0.891 131 8	0.101 868 2
277	0.000 367 7	0.898 499 5	0.101 500 5

续 表

n	r	R	$1 - R$
281	0.000 361 2	0.898 860 7	0.101 139 3
283	0.000 357 3	0.899 218 0	0.100 782 0
293	0.000 343 9	0.899 561 9	0.100 438 1
307	0.000 327 1	0.899 889 0	0.100 111 0
311	0.000 321 9	0.900 210 9	0.099 789 1
313	0.000 318 8	0.900 529 7	0.099 470 3
317	0.000 313 7	0.900 843 4	0.099 156 6
...

表 2.1 中 n 表示素数; r 表示某素数辐射数在自然数里的含量; R 表示素数辐射数的含量累计; $1 - R$ 栏表示辐射表里的存留数在自然数里的含量。

通过素数辐射数含量表可以看出如下几个问题:

其一, n 项是素数, 由小到大顺次排列; r 项是某素数在自然数里的含量, 当素数由 2, 3, 5, 7, ... 增长到 317 时, 它们的辐射数在自然数里的含量则由 0.5, 0.166 666 7, 0.066 666 7, 0.038 095 2, ... 缩小到 0.000 313 7。也就是说, 素数 317 的辐射数含量是 0.000 313 7。可以说一万个连续自然数中只有 3 个多一点辐射数。

其二, 通过表中 R 项可以知道素数辐射数在整个自然数里的含量累计, 例如, 素数数列由 2 辐射到 317 时, 辐射表里的辐射数在整体自然数里的含量累计是 0.900 843 4, 也就是说一万个数里大约有 9 008 个数已是辐射数了。

其三, 表中 $1 - R$ 栏是辐射表里存留数在自然数里的含量, 通过含量表可知, 素数辐射到 317 时, 辐射表里的存留数在整个自然

数里的含量是 0.099 156 6,也就是说,辐射表上的存留数大约占整个自然数的十分之一弱。

五、素数辐射数的几个规律

(1) 循环规律:素数辐射数在自然数数列里的出现形式,有着明显的循环性,例如,素数 2 的辐射数是 4,6,8,10, \dots ,也就是说凡属于 $2n(n > 1$ 的自然数)的自然数,都是 2 的辐射数。在自然数数列里,每两个数就出现一个辐射数,那么它的辐射数循环规律是“2”。参看辐射数表(表 1.2)。

素数 3 的辐射数按理讲应该是每三个数辐射一个,即:3 的合数为 6,9,12,15,18,21,24, \dots 但其中的 6,12,18,24, \dots 也就是 $6n(n \geq 1$ 的自然数)一类数已在素数 2 的辐射中辐射走了,因而,3 的辐射数应该是每六个数($3 \times 2 = 6$)辐射一个,也就是说,素数 3 的辐射循环节是“6”。具体的数则为 $3 + 6n(n$ 是自然数)。

同理我们可以推算出其它素数辐射数的循环规律,(也就是循环节)例如:

2 的循环节是 2;

3 的循环节是 $2 \times 3 = 6$;

5 的循环节是 $2 \times 3 \times 5 = 30$;

7 的循环节是 $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$;

11 的循环节是 $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310$;

$\dots\dots$ 依此类推。

通过以上分析可以得出这样一个结论:某素数辐射数在自然数表里的循环节是前者各素数的连乘积。循环节与循环节之间素数辐射数在自然数表里所表现的形式相同。

(2) 叠加规律:由于素数由小到大进行挨次辐射,其辐射数所表现的循环规律就形成了叠加的形式,而循环节也会迅猛增大,例如,素数 2 的辐射数是每两数一个循环,素数 3 的辐射数是每隔 6

个数一个循环;素数 5 的辐射数是每隔 30 个数一个循环;素数 7 的辐射数是每隔 210 个数一个循环;素数 11 的辐射数是每隔 2 310 个数一个循环。以后各素数的辐射依此类推。

这些数的循环节相加,就形成了一个总循环节。像素数辐射数循环规律一节所讲的那样,各个素数辐射数的循环形式叠加在一起,形成一个共同的循环形式。实际上某些素数的共同循环形式,是它们各数的连乘积。例如,素数 2,3,5,7,11,13,17,19 的共同循环节应是: $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 = 9\,699\,690$ 。

(3) 素数辐射数的辖区:某素数辐射后,辐射表上就有一个素数区形成,这个素数区的形成与某素数有关,我们把它叫这个素数的辐射素数区,例如:

$2^2 = 4$,从 2~4 以内的区就叫素数 2 的辐射素数区,具体的素数包括 2 和 3;

$3^2 = 9$,从 4~9 以内的区就叫素数 3 的辐射素数区,具体的素数包括 5 和 7;

$5^2 = 25$,从 9~25 之间的数区就叫素数 5 的辐射素数区,具体的素数有 11,13,17,19,23;

$7^2 = 49$,从 25~49 之间的数区就叫素数 7 的辐射素数区,具体的素数包括 29,31,37,41,43,47;

$11^2 = 121$,从 49~121 之间是素数 11 的辐射素数区,具体的素数有 53,59,61,67,71,73,79,83,89,97,101,103,107,109,113。

别的素数的辐射素数区依此类推。

它们各素数的共同辐射素数区是它们各素数区的和,其具体的素数就是各辖区的素数的集合。

(4) 素数辐射数四竖行等量分布:素数辐射数除素数 2 和 5 外,其它所有素数在四竖行 B_1, B_3, B_7, B_9 中的辐射数的数量是相等的。这个,我们可以从下面的分析去理解。

我们说,素数 2 和 5 的辐射数去掉了自然数表(也叫辐射表)中的 $B_2, B_4, B_5, B_6, B_8, B_9$ 六个竖行,实际上辐射表上只剩 B_1, B_3, B_7, B_9 四个竖行。

先看素数 3 的四竖行循环节辐射数(见表 2.2):

第一循环节: $3^2 = 9, 3 \times 7 = 21$,

$$3 \times 9 = 27, 3 \times 11 = 33。$$

第二循环节: $3 \times 13 = 39, 3 \times 17 = 51$,

$$3 \times 19 = 57, 3 \times 21 = 63。$$

第三循环节: $3 \times 23 = 69, 3 \times 27 = 81$,

$$3 \times 29 = 87, 3 \times 31 = 93。$$

表 2.2 3 的四竖行辐射表

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_1		3	7	
A_2	11	13	17	19
A_3		23		29
A_4	31		37	
A_5	41	43	47	49
A_6		53		59
A_7	61		67	
A_8	71	73	77	79
A_9		83		89
A_{10}	91		97	

.....

3 的别的四竖行循环节数的辐射数依此类推。可以看出,每辐

射一个循环节,四竖行各减少一个数。

再看 7 的四竖行循环节辐射数(见表 2.3):

第一循环节:49,77,91,119,

133,161,203,217。

第二循环节:259,287,301,329,

343,371,413,427。

第三循环节:469,497,511,539,

553,581,623,637。

表 2.3 7 的四竖行辐射表

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_1		3	7	
A_2	11	13	17	19
A_3		23		29
A_4	31		37	
A_5	41	43	47	
A_6		53		59
A_7	61		67	
A_8	71	73		79
A_9		83		89
A_{10}	91		97	

.....

通过三个循环节可以看出,7 的辐射数循环节各个数的个位数依照 9,7,1,9,3,1,3,7 的规律循环出现,也就是说,循环规律是在 $B_9, B_7, B_1, B_9, B_3, B_1, B_3, B_7$ 八个竖行进行。具体地讲,每辐射一个循环节,四竖行各减少两个数。

再看素数 11 辐射数的四竖行循环节数：

第一循环节：121, 143, 187, 209, 253, 319, 341, 407, 451, 473, 517, 583, 649, 671, 737, 781, 803, 869, 913, 979, 1 067, 1 111, 1 133, 1 177, 1 199, 1 243, 1 331, 1 347, 1 441, 1 507, 1 529, 1 573, 1 639, 1 661, 1 727, 1 793, 1 837, 1 859, 1 903, 1 969, 1 991, 2 057, 2 101, 2 123, 2 167, 2 189, 2 299, 2 321。

第二循环节：2 431, 2 453, 2 497, 2 519, 2 563, 2 629, 2 651, 2 717, 2 761, 2 783, 2 827, 2 893, 2 959, 2 981, 3 047, 3 091, 3 113, 3 179, 3 223, 3 289, 3 377, 3 421, 3 443, 3 487, 3 509, 3 553, 3 641, 3 707, 3 751, 3 817, 3 839, 3 883, 3 949, 3 971, 4 037, 4 103, 4 147, 4 169, 4 213, 4 279, 4 301, 4 367, 4 411, 4 433, 4 477, 4 499, 4 609, 4 631。

第三循环节：4 741, 4 763, 4 807, 4 829, …

循环节里的数字告诉我们：素数 11 的辐射数，其个位数永远依照 1, 3, 7, 9, 3, 9, 1, 7, 1, 3, 7, 3, 9, 1, 7, 1, 3, 9, 3, 9, 7, 1, 3, 7, 9, 3, 1, 7, 1, 7, 9, 3, 9, 1, 7, 3, 7, 9, 3, 9, 1, 7, 1, 3, 7, 9, 9, 1 的规律循环出现，也就是说每个循环节里每竖行去掉的辐射数数目相等，共有 48 个，每竖行均为 12 个数。

通过素数 3, 7 和 11 的辐射数在四竖行里皆表现出等量状态，依此类推，后面各素数的辐射数在四竖行里的表现形式必然成等量关系。

即 **等量 — 等量 = 等量**

既然素数辐射数在四竖行中所减去的数成等量关系，那么存留在四竖行里的存留数也必然成等量关系，这就是形成四竖行素数的数字相等的道理。

素数辐射数的深入探讨，对揭开《哥德巴赫猜想》的秘密起了不可估量的作用。

第三部分 几个应注意的问题

一、拼组图中的全吻合与半吻合

第一部分之五,“素数存在命题”一节中提到拼组图,说它是打开“猜想”秘密之锁的钥匙,这是什么道理呢?请看下面的分析。

拼组图共有 3 种,(见图 3.1),图(a)是全吻合,有两对“实对实”;图(b),图(c)是半吻合,各有一对“实对实”。

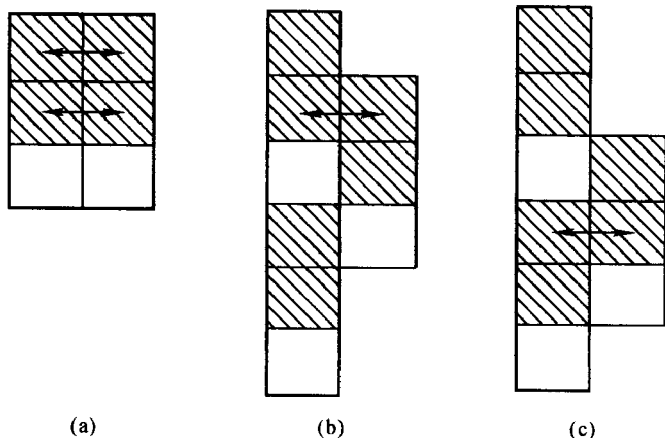


图 3.1 拼组图

(a)全吻合; (b)半吻合; (c)半吻合

在这 3 种拼组中,图(a)的“实、实”组合占整个组合(整个组合为三对)的 67%;图(b),(c)其“实、实”组合各占全组合的 33%,3

种组合平均占 44%，这和通过概率计算公式的计算结果相同。

用公式计算：

m 表示偶数分解数奇数数

n 表示偶数分解数素数数

$$P(A) = \frac{C_n^2}{C_m^2}$$

$$P(A) = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{4 \times 3}{6 \times 5} = 0.4$$

$$P(A) = \frac{C_8^2}{C_{12}^2} = \frac{8 \times 7}{12 \times 11} = 0.424$$

$$P(A) = \frac{C_{40}^2}{C_{60}^2} = \frac{40 \times 39}{60 \times 59} = 0.44$$

由于数字增大，计算概率则向平均几率靠拢，但实际上偶数分解数素数对的多少有三种不同的情况，这就有全吻合与半吻合的区别。第一部分表 1.9“偶数分解素数对一览表”中的误差栏表现极为清楚。计算素数对与实查素数对的误差与全吻合，半吻合有关。全吻合往往显正值，半吻合往往显负值。

例如，计算和实查偶数 200 与 210 的分解素数对：

(1) 由于两数个位是“0”，故应在 $B_1 + B_9, B_3 + B_7$ 中选位。

(2) 两偶数分解的奇数对分别是：

$$E = \frac{200}{10} \times 2 = 40 \text{ 对} = 80 \text{ 个}$$

$$E = \frac{210}{10} \times 2 = 42 \text{ 对} = 84 \text{ 个}$$

(3) 偶数 200 和 210 包含素数均为 44 个(查表 1.9)

那么，两偶数分解素数对的概率分别是

$$P_{(200)}^{(A)} = \frac{C_{44}^2}{C_{80}^2} = \frac{44 \times 43}{80 \times 79} = \frac{473}{1\,580} = 0.299$$

$$P_{(210)}^{(A)} = \frac{C_{44}^2}{C_{84}^2} = \frac{473}{1\,743} = 0.27$$

(4) 两偶数的分解素数对分别是

$$G_{200} = EP(A) = 40 \times 0.299 = 12 \text{ 对}$$

$$G_{210} = EP(A) = 42 \times 0.27 = 11 \text{ 对}$$

(5) 实查素数对(见表 3.1, 表 3.2)

表 3.1 偶数 200 分解素数对对照表 (共 8 对)

	B_1		B_9			B_3		B_7	
A_1		A_{20}	199		A_1	3	A_{20}	197	✓
A_2	11	A_{19}			A_2	13	A_{19}		
A_3		A_{18}	179		A_3	23	A_{18}		
A_4	31	A_{17}			A_4		A_{17}	167	
A_5	41	A_{16}			A_5	43	A_{16}	157	✓
A_6		A_{15}	149		A_6	53	A_{15}		
A_7	61	A_{14}	139	✓	A_7		A_{14}	137	
A_8	71	A_{13}			A_8	73	A_{13}	127	✓
A_9		A_{12}			A_9	83	A_{12}		
A_{10}		A_{11}	109		A_{10}		A_{11}	107	
A_{11}	101	A_{10}			A_{11}	103	A_{10}	97	✓
A_{12}		A_9	89		A_{12}	113	A_9		
A_{13}		A_8	79		A_{13}		A_8		
A_{14}	131	A_7			A_{14}		A_7	67	
A_{15}		A_6	59		A_{15}		A_6		
A_{16}	151	A_5			A_{16}		A_5	47	
A_{17}		A_4			A_{17}	163	A_4	37	✓
A_{18}		A_3	29		A_{18}	173	A_3		
A_{19}	181	A_2	19	✓	A_{19}		A_2	17	
A_{20}	191	A_1			A_{20}	193	A_1	7	✓

表 3.2 偶数 210 分解素数对对照表 (共 19 对)

	B_1		B_9			B_3		B_7	
A_1		A_{21}			A_1	3	A_{21}		
A_2	11	A_{20}	199	✓	A_2	13	A_{20}	197	✓
A_3		A_{19}			A_3	23	A_{19}		
A_4	31	A_{18}	179	✓	A_4		A_{18}		
A_5	41	A_{17}			A_5	43	A_{17}	167	✓
A_6		A_{16}			A_6	53	A_{16}	157	✓
A_7	61	A_{15}	149	✓	A_7		A_{15}		
A_8	71	A_{14}	139	✓	A_8	73	A_{14}	137	✓
A_9		A_{13}			A_9	83	A_{13}	127	✓
A_{10}		A_{12}			A_{10}		A_{12}		
A_{11}	101	A_{11}	109	✓	A_{11}	103	A_{11}	107	✓
A_{12}		A_{10}			A_{12}	113	A_{10}	97	✓
A_{13}		A_9	89		A_{13}		A_9		
A_{14}	131	A_8	79	✓	A_{14}		A_8		
A_{15}		A_7			A_{15}		A_7	67	
A_{16}	151	A_6	59	✓	A_{16}		A_6		
A_{17}		A_5			A_{17}	163	A_5	47	✓
A_{18}		A_4			A_{18}	173	A_4	37	✓
A_{19}	181	A_3	29	✓	A_{19}		A_3		
A_{20}	191	A_2	19	✓	A_{20}	193	A_2	17	✓
A_{21}		A_1			A_{21}		A_1	7	

误差: $8 - 12 = -4$ 对 $19 - 11 = 8$ 对

(6) 分析偶数 200 和 210 两数在分解素数对时计算素数对和实查素数对为什么会出现那样的情况呢? 因为偶数 200 的分解是半吻合, 210 的分解却是全吻合。

那么, 什么样的偶数在分解素数对时是全吻合, 什么样的偶数在分解素数对时是半吻合呢? 下面表格里的内容就回答了这个问题。

偶数分解奇数对中的素数对表现为全吻合与半吻合的数(见表 3.3):

表 3.3 全吻合与半吻合的条件

偶数个位数	全吻合	半吻合
0	$30n(30, 60, 90, 120, \dots)$	其他如 10, 20, 40, 50, ...
2	$30n + 12(42, 72, 102, \dots)$	其他如 22, 32, 52, 62, ...
4	$30n + 24(54, 84, 114, \dots)$	其他如 34, 44, 64, 74, ...
6	$30n + 6(36, 66, 96, \dots)$	其他如 26, 46, 56, 76, ...
8	$30n + 18(48, 78, 108, \dots)$	其他如 28, 38, 58, 68, ...

表中的 n 代表自然数。

偶数分解奇数对中素数对的计算素数对和实查素数对的悬殊差异, 拼组图中的全吻合与半吻合原则明确地回答了这个问题。

通过表 3.3 可知, 偶数分解奇数对中的素数对的全吻合与半吻合, 属于全吻合的, 占全体偶数的 $1/3$; 属半吻合的, 占整个偶数的 $2/3$ 。一般地讲, 偶数是全吻合, 其分解素数对应在计算素数对的数对里加上该数的 $1/2$ 的数字; 半吻合则减少 $1/3$ 的数字。

二、素数四竖行等量分布

素数分布命题告诉我们：在数表里，除素数 2 和 5 外，其它素数均分布在 B_1, B_3, B_7, B_9 四个竖行里，各竖行的素数数目相等，且无限多。这个命题的证明在第一部分中已做过简明扼要的陈述，为了使大家更明了这一命题，有必要再予以说明。

素数除 2 与 5 外，其余的素数均分布在 B_1, B_3, B_7, B_9 这四个竖行里的道理不言自喻，但是，要说四竖行各项的素数数目相等就有些费解。

我们在“素数辐射数”一文的“素数辐射数四竖行等量分布”一节中，阐述了素数辐射数四竖行等量分布的道理，那么，就不难晓得素数的数目在四竖行的分布也是等量的。因为，假说素数辐射数各竖项（指的是： B_1, B_3, B_7, B_9 项）的数目在一定的范围里等于 a ，那么，四竖行各项的包含数数字在一定范围里等于 b_1, b_3, b_7, b_9 ，那么，我们就可以得到四个等式，即

$$B_1 \text{ 项 } b_1 - a = C_1 (C \text{ 表示素数数目})$$

$$B_3 \text{ 项 } b_3 - a = C_3$$

$$B_7 \text{ 项 } b_7 - a = C_7$$

$$B_9 \text{ 项 } b_9 - a = C_9$$

$$\text{因} \quad b_1 = b_3 = b_7 = b_9$$

$$\text{故} \quad C_1 = C_3 = C_7 = C_9$$

这也可以用（等量 - 等量 = 等量）的关系式来理解。

既然知道了四竖行的素数在一定的范围内数目相等（这个范围可无限扩大），当偶数分解奇数对时，总是用两竖行高、低位拼组，或同竖行上下拼组，其拼组的素数对的概率相应的均衡。这对

“猜想”的成立性的肯定是有好处的。反对来讲,如果素数在四竖行的分布不是相等的,而是有多有少,那么,对于“猜想”的成立会出现否定的答案。

例如偶数 100 分解为奇数对,求包含的素数对,如果素数表不是原来的那样,而是 B_3, B_9 两竖项的素数特少,那么,其分解素数对就可能出现“0”。看看下面的设想分析表(见表 3.4)。

表 3.4 设想分析表

	B_1		B_9			B_3		B_7
A_1		A_{10}			A_1	3	A_{10}	
A_2	11	A_9			A_2	13	A_9	
A_3		A_8	79		A_3	23	A_8	
A_4	31	A_7			A_4		A_7	67
A_5	41	A_6			A_5	43	A_6	
A_6		A_5			A_6	53	A_5	
A_7	61	A_4			A_7		A_4	37
A_8	71	A_3			A_8	73	A_3	
A_9		A_2	19		A_9	83	A_2	
A_{10}		A_1			A_{10}		A_1	7
.....							

通过设想分析表可以看出:

偶数 100 的分解奇数对中,是没有素数对的。这是因为在四竖

行中素数分布不均衡的缘故。我们这里只是一个假设,事实当然不会是这样。通过这个实例,我们会明白一个道理,那就是素数四竖行等量分布在确定“猜想”的成立性方面的重大意义。

素数四竖行等量分布不只在证明“猜想”的成立性方面作用甚大,而且,在我们分解一个大偶数计算素数对时也方便多了。例如,9 998 这个大偶数,在计算它的分解奇数对中的素数对时,首先应知道每一竖行有多少素数。

我们知道,要分解 9 998 这个大偶数,应该在 $B_9 + B_9, B_1 + B_7$ 中选位,也就是说只有三竖行(B_1, B_7, B_9) 参于运作。那么,这三个竖行的奇数个数与素数个数有多少呢?根据公式可知。

$$\text{奇数个数 } E = \frac{M}{10} \times 1.5 = \frac{9\,998}{10} \times 1.5 \approx 1\,500 \text{ 对} = 3\,000 \text{ 个}$$

$$\text{素数个数 } \pi(x) = (1\,229 - 2) \div 4 \times 3 = 920 \text{ 个}$$

公式中的 1 229 是一万以内的素数数;减 2 是去掉素数 2 和 5 的两个数;除以 4 是求出每一竖行的素数数;乘以 3 是表示参于运作的 3 个竖行。

三、再谈素数 2,3,5 辐射图表的框架

素数 2,3,5 辐射后,辐射表上呈现出“实、实、空”的组成形式(参看表 1.6),我们把这种组成形式,称为“猜想”成立的“基因密码”。为什么这样说呢?因为它给了我们打开“猜想”之锁的钥匙。这把钥匙的神奇之处通过三组拼组图予以阐明。因为这三组拼组无论在全吻合状态或者是半吻合状态,都有“实 \leftrightarrow 实”组合出现。固然,在全吻合状态,“实、实”组合的几率占整个组合的三分之二;在半吻合状态,“实、实”组合的几率只占整个组合的三分之一,但没有出现零几率。反过来讲,倘若框架结构形式不是“实、实、

空”，而是另一种形式，那么，其结局就另当别论。例如，“实、空”结构或“实、实、空、空”结构。我们看一看拼组图（见图 3.2）。

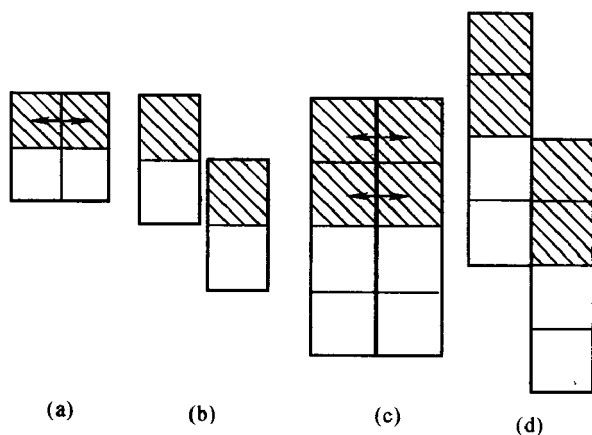


图 3.2 “实、空”拼组图，“实、实、空、空”拼组图

上面的四种拼组图，图(a)，图(c)有“实、实”组合，图(b)，图(d)则没有“实、实”组合。这种没有“实、实”组合的现象在实际运作中就会出现素数对的“零”对组合。

例如：偶数 100 的分解图式（设想），见图 3.3

B_1	11		31				61		71
B_9		79		59		29		19	
B_3	13			23	43				73
B_7		97	67			47	37		

图 3.3 “实、空”分解图，“实、实、空、空”分解图

由于它们没有“实、实”组合，偶数分解素数对也就不存在。

素数 2、3、5 的辐射框架形成以后,虽然以后的素数继续辐射,辐射表里的存留数相应减少,但不会再象素数 2、3、5 辐射数那样,整行整行的缩减。这个框架模式相对的保持。为什么这样说呢?我们看一看下面各素数的辐射情况。

7 的辐射数每个循环节有 8 个,按照 $B_9, B_7, B_1, B_9, B_3, B_1, B_3, B_7$ 的格式分布在自然数 210 个数字的框位里,大约每 25 个数才去掉一个,对“实、实、空”框架模式未造成重大改变。

11 的辐射数每个循环节有 48 个数,分布在自然数 2 310 个数字的框位里,大约每 48 个数才去掉一个,对“实、实、空”框架模式也未造成重大改变。

以后的素数 13、17、19、... 等的辐射数,由于数字增大,辐射数在整个自然数里的含量急剧减小,对“实、实、空”框架模式的影响愈来愈小。例如,当素数辐射到 317 时,辐射数在整个自然数量的含量仅占万分之三,也就是说一万个数里只去掉 3 个数。

“实、实、空”模式的相对稳定对哥德巴赫猜想的成立起了不可估量的作用。

素数除 2 与 5 外,其它所有素数都存在于素数 2、3、5 的辐射表的框架里,这个框架的表现形式是: B_1, B_7 两竖行,凡横行 A 的标码是 $3n$ (n 是自然数) 的都是空格; B_3, B_9 两竖行凡横行 A 的标码是 $3n+1$ (n 是自然数) 的都是空格。

鉴于以上理由,我们说素数 2、3、5 辐射表的框架模式是解开“猜想”的“基因密码”。

四、素数辐射表里的存留数

素数每辐射一次,辐射表里的存留数就减少一次,每次减少的量是辐射表里存留数的数量与该素数倒数的乘积。从素数辐射数含量表里可以明确的看出,如果把整个自然数看成是 1,那么,素数 2 的辐射数和辐射表里的存留数在自然数里的含量均是 0.5;而

素数 3 的辐射数含量却是 0.166 666 7, 存留数含量则是 0.333 33; 素数 5 的辐射数含量却是 0.066 666 7, 存留数含量则是 0.266 666 6, … 素数依次辐射, 直到素数 317 辐射后, 它的辐射数含量只占整个自然数的 0.000 313 7, 而辐射表上的存留数却占整个自然数的 0.099 156 6。根据素数辐射数命题及辐射数含量计算公式, 每个素数的辐射数仅占辐射表上存留数的 n 分之一 (n 表示素数)。例如素数 11 的辐射数含量是 0.020 779 2, 它是素数 7 辐射后辐射表上的存留数含量与 $\frac{1}{11}$ 的乘积得来的。而辐射表上仍然有

$\frac{10}{11}$ 的存留数, 也就是说, 存留数含量的公式是:

$$P = \frac{n-1}{n}$$

P 表示存留数含量; n 表示某素数

根据公式我们可以看到, 无论素数有多少在辐射表里进行辐射, 辐射表里总有 $\frac{n-1}{n}$ 的量存留下来。这也是素数永存于自然数中的又一理论根据, 也是哥德巴赫猜想成立性的又一佐证。古人云: “木盈尺, 日减半, 永不竭”, 和这个道理是一样的。

五、哥德巴赫命题与 500 万元悬赏命题的解答

1742 年哥德巴赫写给他朋友的信中提到一个数学命题:

即: 任何大于 5 的奇数都是三个素数之和。同时, 他也举了几个例子, 例如: $77 = 53 + 17 + 7$; $461 = 449 + 7 + 5$ 等。这个命题仔细分析一下, 就会知道其实它只是“哥德巴赫猜想”命题的一个推论。如果“猜想”问题解决了, 这个问题则很容易解决。因为, 一个大于 5 的奇数都可以看成一个素数加一个偶数, 例如 $15 = 3 + 12$, 一个大于 4 的偶数可等于两个素数的问题解决了, 这个命题则迎刃而解。

因
故

$$M = n_1 + P$$

$$P = n_2 + n_3$$

$$M = n_1 + n_2 + n_3$$

M 表示奇数, P 表示偶数, n_1, n_2, \dots 表示素数。

举一个具体的例子, 如分解 155 为三素数。

$$155 = 3 + 152$$

152 根据偶数分解素数对的方法可知, 152 有如下的答案: $3 + 149, 13 + 139, 43 + 109, 73 + 79$ 。于是我们就可以得到 $155 = 3 + 3 + 149, 155 = 3 + 13 + 139, 155 = 3 + 43 + 109, 155 = 3 + 73 + 79$;

如果 $155 = 5 + 150$, 则有:

$$155 = 5 + 11 + 139, \quad 155 = 5 + 41 + 109,$$

$$155 = 5 + 61 + 89, \quad 155 = 5 + 71 + 79,$$

$$155 = 5 + 131 + 19, \quad 155 = 5 + 13 + 137,$$

$$155 = 5 + 23 + 127, \quad 155 = 5 + 43 + 107,$$

$$155 = 5 + 53 + 97, \quad 155 = 5 + 83 + 67,$$

$$155 = 5 + 103 + 47, \quad 155 = 5 + 113 + 37.$$

如果 $155 = 7 + 148, 155 = 11 + 144, \dots$ 其答案将会很多很多。

由此可知“哥德巴赫命题”其实是“哥德巴赫猜想”的一个推论。

第二个推论命题是我国一个公司的经理提出来的, 而且, 悬赏 500 万元人民币。他的命题是: “一个大于 6 的偶数, 等于四个素数和”。回答这个命题只要“猜想”命题解决了, 它也会迎刃而解。因为, 一个偶数 (大于 6) 可以分解为两个偶数和:

即 $P = P_1 + P_2$ (P 表示偶数)

既然 $P_1 = n_1 + n_2$ (n 表示素数)

$$P_2 = n_3 + n_4$$

那么 $P = n_1 + n_2 + n_3 + n_4$

举一个例子, 例如 150

$$150 = 76 + 74, 150 = 78 + 72, 150 = 80 + 70, \dots$$

如果 $150 = 76 + 74$, 则有:

$$76 = 3 + 73, 76 = 53 + 23, 76 = 47 + 29, 76 = 17 + 59.$$

$$74 = 67 + 7, 74 = 37 + 37, 74 = 43 + 31.$$

$$\begin{aligned} \text{于是 } 150 = 76 + 74 &= 3 + 73 + 67 + 7 = 53 + 23 + 37 + 37 = \\ &47 + 29 + 43 + 31 = 17 + 59 + 67 + 7 = \dots \end{aligned}$$

答案是很多的。

第四部分 “素数区”、“抽屉原理”与 “偶数分解素数对拼组的平均值”

一、素数辐射与素数区

由于素数的辐射,素数区相继出现在辐射表上。素数区与素数区并联,整个素数区随之扩大。自然数是无限的,素数的数目是无限的,素数区也是无限的。在这无限的范畴里截取有限部分,说明一个或几个数学问题是我们的意向。那么,素数区的具体情况是怎样的呢?请看下面的文字说明和统计表。

1. 素数辐射与素数区划表(表 4.1)

表 4.1 素数辐射与素数区划表

素区编号	素数	数域	素数个数	素数累计	具体素数
1	2	1 ~ 4	2	2	2,3
2	3	4 ~ 9	2	4	5,7
3	5	9 ~ 25	5	9	11,13,17,19,23
4	7	25 ~ 49	6	15	29,31,37,41,43,47
5	11	49 ~ 121	15	30	53,59,61,...
6	13	121 ~ 169	9	39	127,131,137,...
7	17	169 ~ 289	22	61	171,179,181,...
8	19	289 ~ 361	11	72	293,307,311,...

续 表

素区编号	素数	数域	素数个数	素数累计	具体素数
9	23	361 ~ 529	27	99	367, 373, 379, ...
10	29	529 ~ 841	47	146	541, 547, 557, ...
11	31	841 ~ 961	16	162	853, 857, 859, ...
12	37	961 ~ 1 369	57	219	967, 971, 977, ...
13	41	1 369 ~ 1 681	44	263	1 373, 1 381, 1 399, ...
14	43	1 681 ~ 1 849	20	283	1 693, 1 697, 1 699, ...
15	47	1 849 ~ 2 209	46	329	1 861, 1 867, 1 871, ...
16	53	2 209 ~ 2 809	80	409	2 213, 2 221, 2 237, ...
17	59	2 809 ~ 3 481	78	487	2 819, 2 833, 2 837, ...
18	61	3 481 ~ 3 721	32	519	3 491, 3 499, 3 511, ...
19	67	3 721 ~ 4 489	90	609	3 727, 3 733, 3 739, ...
20	71	4 489 ~ 5 041	66	675	4 493, 4 507, 4 513, ...
21	73	5 041 ~ 5 329	30	705	5 031, 5 059, 5 077, ...
22	79	5 329 ~ 6 241	106	811	5 333, 5 347, 5 351, ...
23	83	6 241 ~ 6 889	75	886	6 247, 6 257, 6 263, ...
24	89	6 889 ~ 7 921	114	1 000	6 899, 6 907, 6 911, ...
25	97	7 921 ~ 9 409	163	1 163	7 927, 7 933, 7 937, ...
26	101	9 409 ~ 10 000 ~ (10 201)	66	1 229	9 413, 9 419, 9 421, ...
.....					

表中第一栏名“素区编号”，也就是说把素数区按照由小到大的顺序编成数码；

第二栏是“素数”，即指具体的辐射素数；

第三栏“数域”，指的是由上一个素数区的辐射素数的平方数到本素数区的辐射素数平方数所辖的自然数的范围。例如，编号为20的辐射素数是71，它的数域是4 489 ~ 5 041，4 489是19素区的辐射素数67的平方数，($67^2 = 4\,489$)，5 041则为71的平方数($71^2 = 5\,041$)；

第四栏是“素数个数”，即这一素数区所包含的素数的个数。例20号素数区，素数个数是66，即从4 489 ~ 5 041这个数域内共有素数66个；

第五栏是素数累计数，即从第一素数区到本素数区所有素数个数的和。

第六栏是具体素数，即为素数的具体名称。例如，第1素数区的具体素数是2和3；第3素数区的具体素数是11,13,17,24；从第5素数区开始，由于素数数目的增多，表中不可能完全写出来。所以，只写出前3个素数的名称，后边的用省略号代替。

2. 某一自然数域素数区的数目

某一自然数域包括多少个素数区？只要知道这一个自然数区的最大数的开平方数区域里包含多少个素数就知道了。例如1至100 000的自然区里包含多少个素数区，根据计算可知：

$\sqrt{100\,000} \approx 316$ ，316内共有多少个素数呢？查素数表可知，共有65个素数，于是1至100 000数域内共有素数区65个。那么，1至 10^6 ，1至 10^7 ，1至 10^8 三个自然数域内各有多少个素数区呢？根据求素数区的原则可知：

$$\sqrt{1\,000\,000} = 1\,000$$

$$\sqrt{10\,000\,000} \approx 3\,162$$

$$\sqrt{100\,000\,000} = 10\,000$$

1 000内共有素数168个；3 162内共有素数446个；10 000内

共有素数 1 229 个,那么 $1 \sim 10^6$, $1 \sim 10^7$, $1 \sim 10^8$ 内各有素数区分别为 168 个, 446 个, 1 229 个。

要想知道 10 000 至 1 000 000 之自然数域里素数区的多少,只需要把 1 至 10 000 和 1 至 1 000 000 两数域的素数区个数相减就可得知。

已知 1 至 10 000 的素数区为 25 个, 1 至 1 000 000 的素数区为 168 个,那么:

$$168 - 25 = 143 \text{ 个}$$

10 000 至 1 000 000 之自然数域里素数区的数目是 143 个。

3. 素数区的大小

素数区的大小指的是某素数区包含的自然数的多少。例如 217 号素数区和 218 号素数区。已知 217 号素数区的辐射素数是 1 327, 218 号素数区的辐射素数是 1 361, 素数 1 327 前面的素数是 1 321, 所以 217 号素数区包含的数域为:

$$1\,327^2 - 1\,321^2 = 1\,760\,829 - 1\,745\,041 = 15\,788$$

217 号素数区包含的数域为 15 788 个连续自然数,即从 1 745 041 到 1 760 829。

218 号素数区包含的数域为:

$$1\,361^2 - 1\,327^2 = 1\,852\,321 - 1\,760\,829 = 91\,492$$

218 号素数区包含的数域为 91 492 个连续自然数,即从 1 760 829 到 1 852 321。

所以,我们说素数区的大小不只和本素数区辐射素数的大小有关,而且,和前面相邻的素数区的辐射素数的大小有关。通过 217 号和 218 号素数区包含的数域的比较便会明白此理。

素数是无限多的,随着素数的相继辐射,素数区也将随之增加,要想制出多大范围内的素数表或要获得多大的素数都可以利用计算机这一先进工具达到目的。因为,我们只要依照素数辐射法的法则,编写一个程序输入计算机,让计算机去完成就是了。

素数区的深入探讨对解开哥德巴赫猜想之谜有着推波助澜的作用。

二、哥德巴赫猜想与抽屉原理

揭开“猜想”之谜的方法是否只有“素数辐射法”一个方法?不会的。方法一定很多,只是人们还没有找到而已。但有一个方法可以解决一小部分问题,那就是抽屉原理。根据计算,证明 5 000 以内的偶数分解素数对利用抽屉原理是可以说明问题的,5 000 以上此法不灵,为什么这样说呢?下面就此问题探讨探讨。

要使用抽屉原理,首先要明白什么是抽屉原理?它的内容包括哪些方面?

抽屉原理:

原则 1 把多于 n 个的元素按任一确定方法分成几个集合,那么,一定有一个集合中有两个或两个以上的元素。

原则 2 把多于 $m \times n$ 个元素按任一给定方法分成 n 个集合,那么,一定有一个集合中含有 $m+1$ 或 $m+1$ 以上个元素。

原则 3 把无穷个元素按任一确定的方式分成有穷个集合,那么,至少有一个集合中含有无穷多个元素。

以上 3 个原则称抽屉原理。抽屉原理也叫狄立克莱原理。

我们举一个简单的例子来说明抽屉原理:如果有 4 个苹果,分别放入 3 个抽屉里,每屉先放一个苹果,等到第 4 个苹果放入时,必然有一个抽屉有 2 个苹果。

用这个原理解决“猜想”问题,看是否适宜。如果适宜,它的适用范围有多大?下面的叙述就能说明这个问题。

我们知道,一个偶数可以分解为一对或若干对奇数对。在奇数对中有素数对和其他数对。如果我们把一个素数当作一个小球存放于已定的抽屉里,根据抽屉原理,在一个抽屉或几个抽屉里必有两个小球存放,那么,我们就说抽屉原理适宜于“猜想”的论证,否

则,则不适宜。

例如:9个抽屉,12个小球,6个小球由左至右存放,每屉一个,另外6个小球由右向左存放,每屉一个。我们说,必然有3个抽屉存放有2个小球,如图4.1所示。

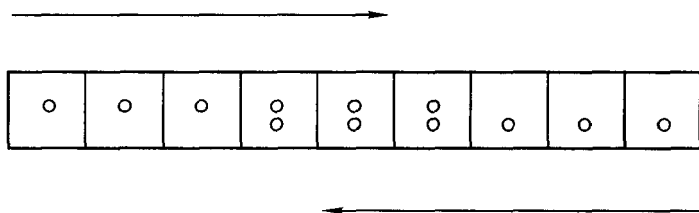


图 4.1

如果我们每放两个抽屉空一个抽屉,则有下面两种存放法。
第一种存放法,如图4.2所示。

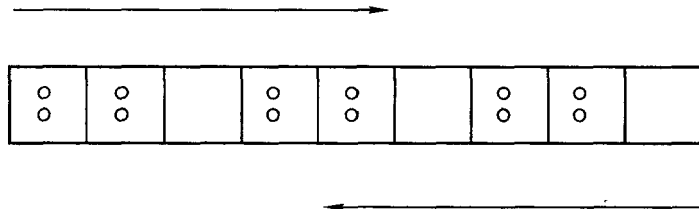


图 4.2

存放有2个小球的有6个抽屉。

第二种存放法,如图4.3所示。

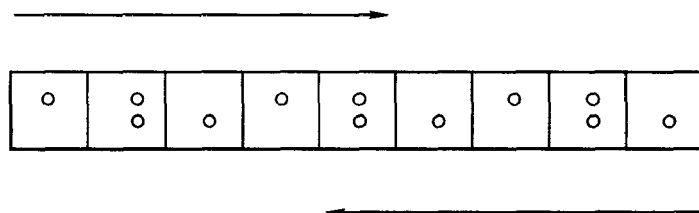


图 4.3

存放有 2 个小球的只有 3 个抽屉。

我们又知道,根据素数分布命题中四竖行素数数目相等的原则,我们可以求出某一数域里每一竖行的素数个数。例如,第 10 素数区共有素数(累计)146 个,那么,每一竖行平均有素数 $(146 - 2) \div 4 = 36$ 个,这个式子中的减 2 是指 B_2 行中的 2 和 B_4 行中的 5,因为它们不参加运作,故而减去。除以 4 是 4 竖行。

又根据素数存在定理可知,素数除 2 与 5 外,其他所有素数都存在于素数 2,3,5 的辐射表框架里,也就是所说的“实、实、空”。因而,公式 $[\pi(x) - 2] \div 4$ 还应除以 2 乘以 3。

$$\text{即} \quad [\pi(x) - 2] \div 4 \div 2 \times 3$$

在求偶数分解素数对的素数对对数时,总是两竖行首尾相拼,或同行首尾相拼。因而,计算式的后边还得乘以 2。

$$\text{即} \quad [\pi(x) - 2] \div 4 \div 2 \times 3 \times 2$$

整理上面的算式可得 $[\pi(x) - 2] \times \frac{3}{4}$,用这个算式的最后得数来和 $\frac{M}{10}$ (M 表示偶数)的得数相对照,倘若 $[\pi(x) - 2] \times \frac{3}{4}$ 的得数大于 $\frac{M}{10}$ 的得数,则抽屉原理适合问题的解决,等于和小于都不适宜。

下面举例说明:

例 4.1 第 5 素数区数域最大值是 121,素数累计数是 30 个,抽屉原理是否适宜?

$$\text{计算} \quad \frac{M}{10} = \frac{121}{10} = 12.1$$

$$[\pi(x) - 2] \times \frac{3}{4} = (30 - 2) \times \frac{3}{4} = 21$$

$$\text{因} \quad 21 > 12.1$$

故抽屉原理在此适宜。

例 4.2 第 10 素数区的数域值是 841, 累计素数是 146 个, 抽屉原理是否适宜?

$$\text{计算} \quad \frac{M}{10} = \frac{841}{10} = 84.1$$

$$[\pi(x) - 2] \times \frac{3}{4} = (146 - 2) \times \frac{3}{4} = 108$$

$$\text{因} \quad 108 > 84.1$$

故抽屉原理在此适宜。

例 4.3 第 15 素数区的数域值是 2 209, 累计素数是 329 个。抽屉原理是否适宜。

$$\text{计算} \quad \frac{M}{10} = \frac{2\,209}{10} = 220.9$$

$$[\pi(x) - 2] \times \frac{3}{4} = (329 - 2) \times \frac{3}{4} = 245.25$$

$$\text{因} \quad 245.25 > 220.9$$

故抽屉原理适宜。

例 4.4 第 19 素数区数域值是 4 489, 累计素数是 609 个。验证抽屉原理是否适宜?

$$\text{计算} \quad \frac{M}{10} = \frac{4\,489}{10} = 448.9$$

$$[\pi(x) - 2] \times \frac{3}{4} = (609 - 2) \times \frac{3}{4} = 455.25$$

$$\text{因} \quad 455.25 > 448.9$$

故抽屉原理适宜。

例 4.5 第 20 素数区数域值是 5 041, 累计素数是 675 个。验证抽屉原理是否适宜?

$$\text{计算} \quad \frac{M}{10} = \frac{5\,041}{10} = 504.1$$

$$[\pi(x) - 2] \times \frac{3}{4} = (675 - 2) \times \frac{3}{4} = 504.75$$

因 504.75 减 504.1 的差是 0.65 , 而不等于 1 或大于 1 。

故抽屉原理是否适宜要看具体情况。

例 4.6 第 21 素数区数域值是 $5\,329$, 累计素数是 705 个。验证抽屉原理是否适宜?

$$\text{计算} \quad \frac{M}{10} = \frac{5\,329}{10} = 532.9$$

$$[\pi(x) - 2] \times \frac{3}{4} = (705 - 2) \times \frac{3}{4} = 527.25$$

$$\text{因} \quad 527.25 < 532.9$$

故抽屉原理不适宜。

抽屉原理是个较易理解的数学方法, 通过计算和分析, 证明 $5\,000$ 以内的偶数分解素数对用抽屉原理去论证是完全适宜的。
 $5\,000$ 以后的偶数分解素数对的论证则不适宜。

这是我在研究“猜想”过程中曾经探索过的一条小道, 只是碰到了“悬崖绝壁”, 说出来以作为一片绿叶让大家嚼嚼。

三、通过素数表里素数整体存在法则, 看偶数分解素数对 拼组的平均值

“正文六”素数整体存在法则告诉我们: “素数表里的素数, 其整体分布从密到疏, 按照一定的规律缩减, 但永远不会消失”。

这个命题的证明“正文”里说得很清楚, 这里不再重复。但是, “素数表里的素数整体存在法则, 为建立竖行拼组的平均值相等提供了保证”的道理却没有说得很明白, 我们下面论述的, 就是这个方面。

很清楚, 素数辐射表里的存在数随着素数的辐射相应的减少, 以素数区为单位, 一定数域里的素数减少量成递降趋势, 如果我们把素数密度当作一直角梯形的底边, 素数区当作相邻的另一直角边 (即直角梯形的斜边), 则素数表里的素数密度, 基本上构成了一

个无限延长的直角梯形。在笛卡尔坐标里表现如图 4.4 所示。

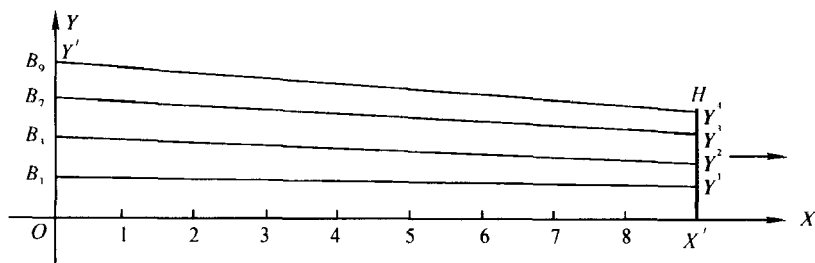


图 4.4 笛卡尔坐标表示图

从笛卡尔纵坐标 OY 上截取一段 OY' ，分成相等的四等份，分别标出 B_1, B_3, B_7, B_9 ，四个字母，它们表示素数表里的四个竖行；横坐标 OX 上取一段 OX' ，分别标出 $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 表示素数区，“1”表示第一素数区；“2”表示第二素数区；“3”表示第三素数区，依次类推。素数区的是无穷尽的。

如果我们把 OY 看成是素数表各竖行素数的密度，那么直角梯形 $OY'HX'$ 则是素数表里的素数在一定数域里的整体密度，从 OX 上任取一点作垂线 OH' 与 $Y'H$ 相交，垂线愈长，则素数密度愈大，垂线愈短，则素数的密度愈小。

直角梯形 $OY'HX'$ 是沿 OX 轴无限延伸的，随着素数区的增加， $X'H'$ 愈来愈短，表示素数在单位数域里的密度相对减少。四竖行素数密度的变化如此，而每一竖行的素数密度亦如此。这是四竖行素数数目相等命题决定的。既如此，这一图形也适合每一竖行素数分布法则。

一个偶数在分解为奇数对时，总是高数位对低数位，其分解对数在四竖行奇数表中遵照 $\frac{M}{10} \times 2$ (偶数个位数为“0”时) 或 $\frac{M}{10} \times$

1.5(偶数个位数为非“0”)的法则。(这里的 M 表示偶数)。素数的存在在四竖行奇数表中依照从密到疏的原则分布着。据图一所示,如果我们把图一的直角等腰梯形首尾相拼合,两直角梯形就构成一个长方形,如图 4.5 所示。

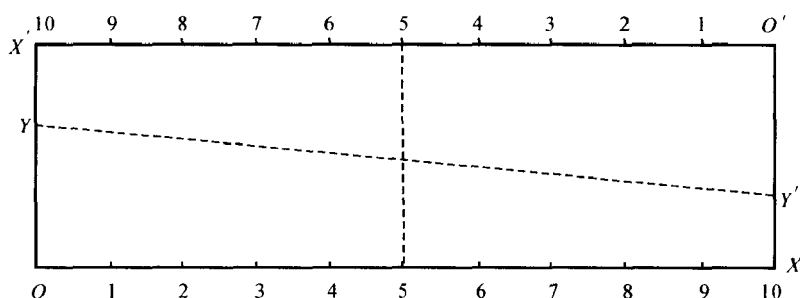


图 4.5 两竖行素数密度拼合示意图

这个长方形图形告诉我们, OX 与 $O'X'$ 两对边的距离 OX' 和 XO' 总是相等的,那么,偶数分解素数对依照素数在四竖行素数表里整体存在的法则其平均值也是相等的。

这一节文字,进一步论证了“正文”第六节“素数表里素数整体存在法则,为建立“竖行拼组”的平均值相等提供了保障”的成立性。

第五部分 素数的“盲区”、“亮区”以及 素数辐射数的滚动循环规律

一、素数的“盲区”和“亮区”

什么是素数“盲区”?什么是素数“亮区”?就是在素数辐射表里,以 10^n (n 为自然数)为范畴的数域内永不出现素数的框格或数区叫素数“盲区”;反过来讲,出现素数或间断出现素数的框格或数区则叫素数“亮区”。例如表 5.1 所示,黑框表示素数盲区, $B_2, B_4, B_5, B_6, B_8, B_9$ 六个竖行中除 $A_1 B_2, A_1 B_5$ 两个框中有 2 和 5 外,其他的框格均无素数。而且在各竖行的延伸中,也永远不出现素数; B_1, B_3, B_7, B_9 四个竖行是素数是“亮区”,虽然有有数格和无数格之别,但在 10^n (n 是自然数)的范围内,出现素数或间断出现素数。所以,我们把 B_1, B_3, B_7, B_9 四个竖行称素数的“亮区”。

为什么素数辐射表里会出现素数“盲区”和“亮区”呢?这主要是各素数的辐射数的特点所形成的。我们先看看素数“盲区”出现的原因。

表 5.1 所示的黑框是素数“盲区”,这些“盲区”出现的原因主要是素数 2 与 5 的辐射形成的。素数 2 的辐射数占据了自然数表中竖行 B_2 ($A_1 B_2$ 框中的 2 除外), B_4, B_6, B_8, B_9 五个竖行所有的数框;素数 5 的辐射数占据了自然数表中竖行 B_5 里 ($A_1 B_5$ 框格里的 5 除外) 的所有的数框,并且,这 $B_2, B_4, B_5, B_6, B_8, B_9$ 六个竖行的

因为, $10 \div 2 = 5, 10 \div 5 = 2$, 也就是说素数 2 与 5 的辐射数在 10^n (n 表示自然数) 的数域内占据了竖行 $B_2, B_4, B_5, B_6, B_8, B_9$ 中所有的框格 ($A_1 B_2$ 和 $A_1 B_5$ 中的 2 与 5 除外)。所以, 这就形成了素数辐射表里的素数“盲区”。为了简化表格, 这些素数“盲区”的框格, 我们很自然地把它取掉, 辐射表上就只剩下 B_1, B_3, B_7, B_9 四个竖行。四竖行辐射表就是这样形成的。

那么, 素数的“亮区”又是怎样形成的呢? 这是因为素数除了 2 与 5 外, 其它所有素数在素数辐射表里的辐射均不能形成“盲区”。素数除过 2 与 5 外, 其它所有素数去除 10^n (n 是自然数) 这个数时, 其商数均是除不尽的数。例如: $10 \div 3 = 3.\dot{3}, 10 \div 7 = 1.428\dot{57}, 100 \div 11 = 9.09\dot{0}, 100 \div 13 = 7.692\cdots, 100 \div 17 = 5.882\cdots, 100 \div 19 = 5.263\cdots$

我们看素数 3 的辐射及辐射规律。

表 5.2 是素数 3 辐射表, 白框表示素数 3 的辐射数, 已从框中取掉, 有数框表示辐射表上的存留数。

表 5.2 素数 3 辐射表

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_1		3	7	
A_2	11	13	17	19
A_3		23		29
A_4	31		37	
A_5	41	43	47	49
A_6		53		59
A_7	61		67	
A_8	71	73	77	79

续 表

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_9		83		89
A_{10}	91		97	
A_{11}	101	103	107	109
A_{12}		113		119
A_{13}	121		127	
A_{14}	131	133	137	139
A_{15}		143		149
A_{16}	151		157	
A_{17}	161	163	167	169
A_{18}		173		179
A_{19}	181		187	
A_{20}	191	193	197	199
A_{21}		203		209
A_{22}	211		217	
A_{23}	221	223	227	229
A_{24}		233		239
A_{25}	241		247	
A_{26}	251	253	257	259
A_{27}		263		269
A_{28}	271		277	
A_{29}	281	283	287	293
A_{30}		293		299
A_n			

素数 3 的辐射规律是每 6 个连续自然数为一个循环节,每循环节里有 2 个辐射数, B_1 和 B_7 两竖行为 A_{3n} 框位(n 是自然数); B_3 与 B_9 两竖行为 A_{3n+1} (n 表示自然数)框位,由于 6 与 10 的最小公倍数是 30,所以素数 3 的辐射循环表则以三个横行为一个循环单位,在辐射表上以此形式向后滚动循环,30 与 10^n (n 表示自然数)的商 $(10^n \div 30)$ 是除不尽数。所以,辐射数框位不可能形成素数“盲区”。例如: 3 的辐射表 $A_3 B_1$ 框位是素数 3 的辐射数框位,而 $A_{13} B_1$ 或 $A_{23} B_1 \cdots$ 就不一定是 3 的辐射数框位,这就有可能出现素数,我们把这种有可能出现素数的框位或区域称素数的“亮区”。

二、素数辐射数的滚动循环规律

我们再看 7 的辐射数、辐射数循环节,以及循环节的滚动规律。

素数 7 的辐射数根据素数辐射法应该是 49,77,91,119,133,161,203,217,259,287,301,329,343,371,413,427;469,497,511,539,553,581,623,637;…素数辐射数循环节的计算法表明,素数 7 的辐射数的循环节应是 210 个连续自然数,每循环节里包含有 8 个辐射数。

$$\text{即} \quad 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$$

于是,以上 24 个辐射数可分为 3 个循环节,即:

第一循环节:49,77,91,119,133,161,203,217;

第二循环节:259,287,301,329,343,371,413,427;

第三循环节:469,497,511,539,553,581,623,637。

通过这三个循环节里各个辐射数的比较可知,上下两个数的差正好是 210,于是,我们就可以推算出来以后各循环节里包含的辐射数的具体数。表 5.3 是素数 7 的辐射数的框位图,框位图告诉我们素数 7 的辐射数各数之间的关系及循环规律。

表 5.3 素数 7 的辐射效框位图

第一循环节		第二循环节		第三循环节		第四循环节		第五循环节		...
$A_5 B_9$	49	$A_{26} B_9$	259	$A_{47} B_9$	469	$A_{68} B_9$	679	$A_{89} B_9$	889	...
$A_8 B_7$	77	$A_{29} B_7$	287	$A_{50} B_7$	497	$A_{71} B_7$	707	$A_{92} B_7$	917	...
$A_{10} B_1$	91	$A_{31} B_1$	301	$A_{52} B_1$	511	$A_{73} B_1$	721	$A_{94} B_1$	931	...
$A_{12} B_9$	119	$A_{33} B_9$	329	$A_{54} B_9$	539	$A_{75} B_9$	749	$A_{96} B_9$	959	...
$A_{14} B_3$	133	$A_{35} B_3$	343	$A_{56} B_3$	553	$A_{77} B_3$	763	$A_{98} B_3$	973	...
$A_{17} B_1$	161	$A_{38} B_1$	371	$A_{59} B_1$	581	$A_{80} B_1$	791	$A_{101} B_1$	1 001	...
$A_{21} B_3$	203	$A_{42} B_3$	413	$A_{63} B_3$	623	$A_{84} B_3$	833	$A_{105} B_3$	1 043	...
$A_{22} B_7$	217	$A_{43} B_7$	427	$A_{64} B_7$	637	$A_{85} B_7$	847	$A_{106} B_7$	1 057	...

素数 7 的辐射数循环节框位图告诉我们：

其一，各循环节的对应数之间的差是 210。

例如： $259 - 49 = 210$, $469 - 259 = 210$, $679 - 469 = 210$, ...;

其二，各循环节的对应数成滚动式向前。

例：49, 259, 469, 679, 889, ... 各数分别在 $A_5 B_9$, $A_{26} B_9$, $A_{47} B_9$, $A_{68} B_9$, $A_{89} B_9$, ... 的框位上，两者之间 A 的标码相差为 21，即成滚动式向前；

其三，素数辐射数以循环节为单位滚动向前，这给素数的出现创造了条件。例如，第一循环节里的辐射数 49 在 $A_5 B_9$ 框位，到了第二循环节的 259，则在 $A_{26} B_9$ 框位上，以此类推，第三循环节，第四循环节 ... 的对应数 469, 679, 889, ... 等，则是 $A_{47} B_9$, $A_{68} B_9$, $A_{89} B_9$, $A_{110} B_9$, $A_{131} B_9$, $A_{152} B_9$, $A_{173} B_9$, $A_{194} B_9$, $A_{215} B_9$, ...，这就是说，素数 7 的辐射数从 $A_5 B_9$ 的 49 到 $A_{215} B_9$ 的 2 149 共有 10 个循

环节,包括 2 100 个连续自然数,80 个辐射数。也就是说,素数 7 的某个辐射数的对应数经过 10 个循环节的滚动才能回到百位辐射表中的原来位置上。例如:从 $A_5 B_9$ 到 $A_{215} B_9$ 就是遵照这个规律的。

我们再看素数 11 的辐射数、辐射循环节、以及循环节的滚动规律。

素数 11 的辐射数循环节包含的自然数是 2 310 个连续自然数,即 $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2\,310$,每循环节里有辐射数 48 个,表 5.4 是它的框位图。

表 5.4 素数 11 的辐射数框位图

第一循环节		第二循环节		第三循环节		第四循环节		...
$A_{13} B_1$	121	$A_{214} B_1$	2 431	$A_{475} B_1$	4 741	$A_{706} B_1$	7 051	...
$A_{15} B_3$	143	$A_{246} B_3$	2 453	$A_{477} B_3$	4 763	$A_{708} B_3$	7 073	...
$A_{19} B_7$	187	$A_{250} B_7$	2 497	$A_{481} B_7$	4 807	$A_{712} B_7$	7 117	
$A_{21} B_9$	209	$A_{252} B_9$	2 519	$A_{483} B_9$	4 829	$A_{714} B_9$	7 139	
$A_{26} B_3$	253	$A_{257} B_3$	2 563	$A_{488} B_3$	4 873	$A_{719} B_3$	7 183	
$A_{32} B_9$	319	$A_{263} B_9$	2 629	$A_{494} B_9$	4 939	$A_{725} B_9$	7 249	
$A_{35} B_1$	341	$A_{266} B_1$	2 651	$A_{497} B_1$	4 961	$A_{728} B_1$	7 271	
$A_{41} B_7$	407	$A_{272} B_7$	2 717	$A_{503} B_7$	5 027	$A_{734} B_7$	7 337	
$A_{46} B_1$	451	$A_{277} B_1$	2 761	$A_{508} B_1$	5 071	$A_{739} B_1$	7 381	
$A_{48} B_3$	437	$A_{279} B_3$	2 783	$A_{510} B_3$	5 093	$A_{741} B_3$	7 403	
$A_{52} B_7$	517	$A_{283} B_7$	2 827	$A_{514} B_7$	5 137	$A_{745} B_7$	7 447	
$A_{59} B_3$	583	$A_{290} B_3$	2 893	$A_{521} B_3$	5 203	$A_{752} B_3$	7 513	
$A_{65} B_3$	649	$A_{296} B_9$	2 959	$A_{527} B_9$	5 269	$A_{758} B_9$	7 579	
$A_{68} B_1$	671	$A_{299} B_1$	2 981	$A_{530} B_1$	5 291	$A_{761} B_1$	7 601	
$A_{74} B_7$	737	$A_{305} B_7$	3 047	$A_{536} B_7$	5 357	$A_{767} B_7$	7 667	

续 表

第一循环节		第二循环节		第三循环节		第四循环节		...
$A_{79} B_1$	781	$A_{310} B_1$	3 091	$A_{541} B_1$	5 401	$A_{722} B_1$	7 711	...
$A_{81} B_3$	803	$A_{312} B_3$	3 113	$A_{543} B_3$	5 423	$A_{774} B_3$	7 733	...
$A_{87} B_9$	869	$A_{318} B_9$	3 179	$A_{549} B_9$	5 489	$A_{780} B_9$	7 799	...
$A_{92} B_3$	913	$A_{323} B_3$	3 223	$A_{554} B_3$	5 533	$A_{785} B_3$	7 843	...
$A_{98} B_9$	978	$A_{329} B_9$	3 289	$A_{560} B_9$	5 599	$A_{791} B_9$	7 909	...
$A_{107} B_7$	1 067	$A_{338} B_7$	3 377	$A_{569} B_7$	5 687	$A_{800} B_7$	7 997	...
$A_{112} B_1$	1 111	$A_{343} B_1$	3 421	$A_{574} B_1$	5 731	$A_{805} B_1$	8 041	...
$A_{114} B_3$	1 133	$A_{345} B_3$	3 443	$A_{576} B_3$	5 753	$A_{807} B_3$	8 063	...
$A_{118} B_7$	1 177	$A_{349} B_7$	3 487	$A_{580} B_7$	5 797	$A_{811} B_7$	8 107	...
$A_{120} B_9$	1 119	$A_{351} B_9$	3 509	$A_{582} B_9$	5 819	$A_{813} B_9$	8 129	...
$A_{125} B_3$	1 243	$A_{356} B_3$	3 553	$A_{587} B_3$	5 863	$A_{818} B_3$	8 173	...
$A_{134} B_1$	1 331	$A_{365} B_1$	3 641	$A_{596} B_1$	5 951	$A_{827} B_1$	8 261	...
$A_{135} B_7$	1 347	$A_{371} B_7$	3 707	$A_{602} B_7$	6 017	$A_{833} B_7$	8 327	...
$A_{145} B_1$	1 441	$A_{376} B_1$	3 751	$A_{607} B_1$	6 061	$A_{838} B_1$	8 371	...
$A_{151} B_7$	1 507	$A_{382} B_7$	3 813	$A_{613} B_7$	6 127	$A_{844} B_7$	8 437	...
$A_{153} B_9$	1 529	$A_{384} B_9$	3 839	$A_{615} B_9$	6 149	$A_{846} B_7$	8 459	...
$A_{158} B_3$	1 573	$A_{389} B_3$	3 883	$A_{620} B_3$	6 193	$A_{851} B_3$	8 503	...
$A_{164} B_9$	1 639	$A_{395} B_9$	3 949	$A_{626} B_9$	6 259	$A_{857} B_9$	8 569	...
$A_{167} B_1$	1 661	$A_{398} B_1$	3 971	$A_{629} B_1$	6 281	$A_{860} B_1$	8 591	...
$A_{173} B_7$	1 727	$A_{404} B_7$	4 037	$A_{635} B_7$	6 347	$A_{866} B_7$	8 657	...
$A_{180} B_3$	1 793	$A_{411} B_3$	4 103	$A_{642} B_3$	6 413	$A_{873} B_3$	8 723	...
$A_{184} B_7$	1 837	$A_{415} B_7$	4 143	$A_{646} B_7$	6 457	$A_{877} B_7$	8 767	...

续 表

第一循环节		第二循环节		第三循环节		第四循环节		...
$A_{186} B_9$	1 859	$A_{417} B_9$	4 169	$A_{648} B_9$	6 479	$A_{879} B_9$	8 789	...
$A_{191} B_3$	1 903	$A_{422} B_3$	4 213	$A_{653} B_3$	6 523	$A_{884} B_3$	8 833	...
$A_{197} B_9$	1 969	$A_{428} B_9$	4 279	$A_{659} B_9$	6 589	$A_{890} B_9$	8 899	...
$A_{200} B_1$	1 991	$A_{431} B_1$	4 301	$A_{662} B_1$	6 611	$A_{893} B_1$	8 921	...
$A_{206} B_7$	2 057	$A_{437} B_7$	4 367	$A_{668} B_7$	6 677	$A_{899} B_7$	8 979	...
$A_{213} B_3$	2 123	$A_{444} B_3$	4 433	$A_{675} B_3$	6 743	$A_{906} B_3$	9 053	...
$A_{217} B_7$	2 167	$A_{448} B_7$	4 477	$A_{679} B_7$	6 787	$A_{910} B_7$	9 097	...
$A_{219} B_9$	2 189	$A_{450} B_9$	4 499	$A_{681} B_9$	6 809	$A_{912} B_9$	9 119	...
$A_{230} B_9$	2 299	$A_{461} B_9$	4 609	$A_{692} B_9$	6 919	$A_{923} B_9$	9 229	...
$A_{233} B_1$	2 321	$A_{464} B_1$	4 631	$A_{695} B_1$	6 941	$A_{926} B_1$	9 251	...

以上是素数 11 辐射数框位图表。通过对图表的分析。很自然就会得到如下几个结论：

结论 1 各循环节对应数之间的差是 2 310。

例： $2\,431 - 121 = 2\,310$, $4\,741 - 2\,431 = 2\,310$, $7\,051 - 4\,741 = 2\,310$, ...

结论 2 各循环节对应数成滚动推进。

例： $121, 1\,431, 4\,741, 7\,051, \dots$ 各数分别在 $A_{13} B_1, A_{244} B_1, A_{475} B_1, A_{706} B_1, \dots$ 的框位上，两者之间 A 的标码相差为 231, $231n$ (n 代表自然数) 数列向后延伸，则辐射数所占据的横行框位则形成滚动态势；

结论 3 素数 11 的第一辐射数 121 及其 1—11 各循环节的对应数分别是 121, 2 431, 4 741, 7 051, 9 661, 11 671, 13 981, 16 291, 18 601, 20 911, 23 221 它们的横行框位在百位辐射图表上

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_{11}$ 循序向前, 其中共有十个循环节。这种滚动式的推进就给素数的出现创造了条件。

同理可以证明素数除过 2 与 5 外, 其它所有素数的辐射数均遵照这个规律。

对素数“盲区”、“亮区”以及素数辐射表上的表现形式及规律的探索, 对揭开哥德巴赫猜想之谜起了促进作用。

附录 五万以内的素数表

	B_1	B_2	B_3	B_5	B_7	B_9
A_1		2	3	5	7	
A_2	11	13	17	19		
A_3		23		29		
A_4	31		37			
A_5	41	43	47			
A_6		53		59		
A_7	61		67			
A_8	71	73		79		
A_9		83		89		
A_{10}			97			
A_{10}	101	103	107	109		
A_{12}		113				
A_{13}			127			
A_{14}	131		137	139		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{43}	421				A_{57}		563		569	A_{71}	701			709
A_{44}	431	433		439	A_{58}	571		577		A_{72}				719
A_{45}		443		449	A_{59}			587		A_{73}			727	
A_{46}			457		A_{60}		593		599	A_{74}		733		739
A_{47}	461	463	467		A_{61}	601		607		A_{75}		743		
A_{48}				479	A_{62}		613	617	619	A_{76}	751		757	
A_{49}			487		A_{63}					A_{77}	761			769
A_{50}	491			499	A_{64}	631				A_{78}		773		
A_{51}		503		509	A_{65}	641	643	647		A_{79}			787	
A_{52}					A_{66}		653		659	A_{80}			797	
A_{53}	521	523			A_{67}	661				A_{81}				809
A_{54}					A_{68}		673	677		A_{82}	811			
A_{55}	541		547		A_{69}		683			A_{83}	821	823	827	829
A_{56}			557		A_{70}	691				A_{84}				839

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{85}					A_{99}		983			A_{113}		1123		1129
A_{86}		853	857	859	A_{100}	991		997		A_{114}				
A_{87}		863			A_{101}				1009	A_{115}				
A_{88}			877		A_{102}		1013		1019	A_{116}	1151	1153		
A_{89}	881	883	887		A_{103}	1021				A_{117}		1163		
A_{90}					A_{104}	1031	1033		1039	A_{118}	1171			
A_{91}			907		A_{105}				1049	A_{119}	1181		1187	
A_{92}	911			919	A_{106}	1051				A_{120}		1193		
A_{93}				929	A_{107}	1061	1063		1069	A_{121}	1201			
A_{94}			937		A_{108}					A_{122}		1213	1217	
A_{95}	941		947		A_{109}			1087		A_{123}		1223		1229
A_{96}		953			A_{110}	1091	1093	1097		A_{124}	1231		1237	
A_{97}			967		A_{111}		1103		1109	A_{125}				1249
A_{98}	971		977		A_{112}			1117		A_{126}				1259

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{127}					A_{141}				1409	A_{155}		1543		1549
A_{128}			1277	1279	A_{142}					A_{156}		1553		1559
A_{129}		1283		1289	A_{143}		1423	1427	1429	A_{157}			1567	
A_{130}	1291		1297		A_{144}		1433		1439	A_{158}	1571			1579
A_{131}	1301	1303	1307		A_{145}			1447		A_{159}		1583		
A_{132}				1319	A_{146}	1451	1453		1459	A_{160}			1597	
A_{138}	1321		1327		A_{147}					A_{161}	1601		1607	1609
A_{134}					A_{148}	1471				A_{162}		1613		1619
A_{135}					A_{149}	1481	1483	1487	1489	A_{163}	1621		1627	
A_{136}					A_{150}		1493		1499	A_{164}			1637	
A_{137}	1361		1367		A_{151}					A_{165}				
A_{138}		1373			A_{152}	1511				A_{166}			1657	
A_{139}	1381				A_{153}		1523			A_{167}		1663	1667	1669
A_{140}				1399	A_{154}	1531				A_{168}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{169}					A_{183}		1823			A_{197}				
A_{170}		1693	1697	1699	A_{184}	1831				A_{198}	1973			1979
A_{171}				1709	A_{185}			1847		A_{199}		1987		
A_{172}					A_{186}					A_{200}	1993	1997	1999	
A_{173}	1721	1723			A_{187}	1861		1867		A_{201}	2003			
A_{174}		1733			A_{188}	1871	1873	1877	1879	A_{202}	2011	2017		
A_{175}	1741		1747		A_{189}				1889	A_{203}		2027	2029	
A_{176}		1753		1759	A_{190}					A_{204}			2039	
A_{177}					A_{191}	1901		1907		A_{205}				
A_{178}			1777		A_{192}		1913			A_{206}	2053			
A_{179}		1783	1787	1789	A_{193}					A_{207}	2063		2069	
A_{180}					A_{194}	1931	1933			A_{208}				
A_{181}	1801				A_{195}				1949	A_{209}	2081	2087	2089	
A_{182}	1811				A_{196}	1951				A_{210}				2099

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{211}					A_{225}		2243			A_{239}	2381	2383		2389
A_{212}	2111	2113			A_{226}	2251				A_{240}		2393		2399
A_{213}				2129	A_{227}			2267	2269	A_{241}				
A_{214}	2131		2137		A_{228}		2273			A_{242}	2411		2417	
A_{215}	2141	2143			A_{229}	2281		2287		A_{243}		2423		
A_{216}		2153			A_{230}		2293	2297		A_{244}			2437	
A_{217}	2161				A_{231}				2309	A_{245}	2441		2447	
A_{218}				2179	A_{232}	2311				A_{246}				2459
A_{219}					A_{233}					A_{247}			2467	
A_{220}					A_{234}		2333		2339	A_{248}		2473	2477	
A_{221}		2203	2207		A_{235}	2341		2347		A_{249}				
A_{222}		2213			A_{236}	2351		2357		A_{250}				
A_{223}	2221				A_{237}					A_{251}		2503		
A_{224}			2237	2239	A_{238}	2371		2377		A_{252}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{253}	2521				A_{267}		2663			A_{281}	2801	2803		
A_{254}	2531			2539	A_{268}	2671		2677		A_{282}				2819
A_{255}		2543		2549	A_{269}		2683	2687	2689	A_{283}				
A_{256}	2551		2557		A_{270}		2693		2699	A_{284}		2833	2837	
A_{257}					A_{271}			2707		A_{285}			2847	
A_{258}				2579	A_{272}	2711	2713		2719	A_{286}	2851		2857	
A_{259}					A_{273}				2729	A_{287}	2861			
A_{260}	2591	2593			A_{274}	2731				A_{288}				2879
A_{261}				2609	A_{275}	2741			2749	A_{289}			2887	
A_{262}			2617		A_{276}		2753			A_{290}			2897	
A_{263}	2621				A_{277}			2767		A_{291}		2903		2909
A_{264}		2633			A_{278}			2777		A_{292}			2917	
A_{265}			2647		A_{279}				2789	A_{293}			2927	
A_{266}			2657	2659	A_{280}	2971		2797		A_{294}				2939

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{295}					A_{309}		3083		3089	A_{323}	3221			3229
A_{296}		2953	2957		A_{310}					A_{324}				
A_{297}		2963		2969	A_{311}				3109	A_{325}				
A_{298}	2931				A_{312}				3119	A_{326}	3251	3253	3257	3259
A_{299}					A_{313}	3121				A_{327}				
A_{300}				2999	A_{314}			3137		A_{328}	3271			
A_{301}	3001				A_{315}					A_{329}				
A_{302}	3011			3019	A_{316}					A_{330}				3299
A_{303}		3023			A_{317}		3163	3167	3169	A_{331}	3301		3307	
A_{304}			3037		A_{318}					A_{332}		3313		3319
A_{305}	3041			3049	A_{319}	3181		3187		A_{333}		3323		3329
A_{306}					A_{320}	3191				A_{334}	3331			
A_{307}	3061		3067		A_{321}		3203		3209	A_{335}		3343	3347	
A_{308}				3079	A_{322}			3217		A_{336}				3359

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{337}	3361				A_{351}					A_{365}		3643		
A_{338}	3371	3373			A_{352}	3511		3517		A_{366}				3659
A_{339}				3389	A_{353}			3527	3529	A_{367}				
A_{340}	3391				A_{354}		3533		3539	A_{368}	3671	3673	3677	
A_{341}			3407		A_{355}	3541		3547		A_{369}				
A_{342}		3413			A_{356}			3557	3559	A_{370}	3691		3697	
A_{343}					A_{357}					A_{371}	3701			3709
A_{344}		3433			A_{358}	3571				A_{372}				3719
A_{345}				3449	A_{359}	3581	3583			A_{373}			3727	
A_{346}			3457		A_{360}		3593			A_{374}		3733		3739
A_{347}	3461	3463	3467	3469	A_{361}			3607		A_{375}				
A_{348}					A_{362}		3613	3617		A_{376}				
A_{349}					A_{363}		3623			A_{377}	3761		3767	3769
A_{350}	3491			3499	A_{364}	3631		3637		A_{378}				3779

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{379}					A_{393}		3923		3929	A_{407}				
A_{380}		3793	3797		A_{394}	3931				A_{408}		4073		4079
A_{381}		3803			A_{395}		3943	3947		A_{409}				
A_{382}					A_{396}					A_{410}	4091	4093		4099
A_{383}	3821	3823			A_{397}			3967		A_{411}				
A_{384}		3833			A_{398}					A_{412}	4111			
A_{385}			3847		A_{399}				3989	A_{413}			4127	4129
A_{386}	3851	3853			A_{400}					A_{414}		4133		4139
A_{387}		3863			A_{401}	4001	4003	4007		A_{415}				
A_{388}			3877		A_{402}		4013		4019	A_{416}		4153	4157	4159
A_{389}	3881			3889	A_{403}	4021		4027		A_{417}				
A_{390}					A_{404}					A_{418}			4177	
A_{391}			3907		A_{405}				4049	A_{419}				
A_{392}	3911		3917	3919	A_{406}	4051		4057		A_{420}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{421}	4201				A_{435}				4349	A_{449}	4481	4483		
A_{422}	4211		4217	4219	A_{436}			4357		A_{450}		4493		
A_{423}				4229	A_{437}		4363			A_{451}			4507	
A_{424}	4231				A_{438}		4373			A_{452}		4513	4517	4519
A_{425}	4241	4243			A_{439}					A_{453}		4523		
A_{426}		4253		4259	A_{440}	4391		4397		A_{454}				
A_{427}	4261				A_{441}				4409	A_{455}			4547	4549
A_{428}	4271	4273			A_{442}					A_{456}				
A_{429}		4283		4289	A_{443}	4421	4423			A_{457}	4561		4567	
A_{430}			4297		A_{444}					A_{458}				
A_{431}					A_{445}	4441	4447			A_{459}		4583		
A_{432}					A_{446}	4451	4457			A_{460}	4591		4597	
A_{433}			4327		A_{447}		4463			A_{461}		4603		
A_{434}			4337	4339	A_{448}					A_{462}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{463}	4621				A_{477}					A_{481}	4903			4909
A_{464}			4637	4639	A_{478}					A_{482}				4919
A_{465}		4643		4649	A_{479}		4783	4787	4789	A_{483}				
A_{466}	4651		4657		A_{480}		4793		4799	A_{484}	4931	4933	4937	
A_{467}		4663			A_{481}	4801				A_{485}		4943		
A_{468}		4673		4679	A_{482}		4813	4817		A_{486}	4951		4957	
A_{469}					A_{483}					A_{487}			4967	4969
A_{470}	4691				A_{484}	4831				A_{488}		4973		
A_{471}		4703			A_{485}					A_{489}			4987	
A_{472}					A_{486}					A_{500}		4993		4999
A_{473}	4721	4723		4729	A_{487}	4861				A_{501}		5003		5009
A_{474}		4733			A_{488}	4871		4877		A_{502}	5011			
A_{475}					A_{489}				4889	A_{503}	5021	5023		
A_{476}	4751			4759	A_{490}					A_{504}				5039

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{505}					A_{519}				5189	A_{533}		5323		
A_{506}	5051			5059	A_{520}			5197		A_{534}		5333		
A_{507}					A_{521}				5209	A_{535}			5347	
A_{508}			5077		A_{522}					A_{536}	5351			
A_{509}	5081		5087		A_{523}			5227		A_{537}				
A_{510}				5099	A_{524}	5231	5233	5237		A_{538}				
A_{511}	5101		5107		A_{525}					A_{539}	5381		5387	
A_{512}		5113		5119	A_{526}					A_{540}		5393		5399
A_{513}					A_{527}	5261				A_{541}			5407	
A_{514}					A_{528}		5273		5279	A_{542}		5413	5417	5419
A_{515}			5147		A_{529}	5281				A_{543}				
A_{516}		5153			A_{530}			5297		A_{544}	5431		5437	
A_{517}			5167		A_{531}		5303		5309	A_{545}	5441	5443		5449
A_{518}	5171			5179	A_{532}					A_{546}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{575}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{547}					A_{561}					A_{576}	5741	5743			5749
A_{548}	5471		5477	5479	A_{562}					A_{577}					
A_{549}		5483			A_{563}		5623			A_{578}					
A_{550}					A_{564}				5639	A_{579}					5779
A_{551}	5501	5503	5507		A_{565}	5641		5647		A_{580}	5791	5783			
A_{552}				5519	A_{566}	5651	5653	5657	5659	A_{581}	5081			5807	
A_{553}	5521		5527		A_{567}				5669	A_{582}		5813			
A_{554}	5531				A_{568}					A_{583}	5821		5827		
A_{555}					A_{569}		5683		5689	A_{584}					5839
A_{556}			5557		A_{570}		5693			A_{585}					5849
A_{557}		5563		5569	A_{571}	5701				A_{586}	5851		5857		
A_{558}		5573			A_{572}	5711		5717		A_{587}	5861		5867		5869
A_{559}	5581				A_{573}					A_{588}					5879
A_{560}	5591				A_{574}			5737							

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{589}	5881				A_{603}				6029	A_{617}		6163		
A_{590}			5897		A_{604}			6037		A_{618}		6173		
A_{591}		5903			A_{605}		6043	6047		A_{619}				
A_{592}					A_{606}		6053			A_{620}			6197	6199
A_{593}		5923	5927		A_{607}			6067		A_{621}		6203		
A_{594}				5939	A_{608}		6073		6079	A_{622}	6211		6217	
A_{595}					A_{609}				6089	A_{623}	6221			6229
A_{596}		5953			A_{610}	6091				A_{624}				
A_{597}					A_{611}	6101				A_{625}			6247	
A_{598}					A_{612}		6113			A_{626}			6257	
A_{599}	5981		5987		A_{613}	6121				A_{627}		6263		6269
A_{600}					A_{614}	6131	6133			A_{628}	6271		6277	
A_{601}			6007		A_{615}		6143			A_{629}			6287	
A_{602}	6011				A_{616}	6151				A_{630}				6299

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{659}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{631}	6301				A_{645}				6449	A_{659}	6581				
A_{632}	6311		6317		A_{646}	6451				A_{660}					6599
A_{633}		6323		6329	A_{647}				6469	A_{661}			6607		
A_{634}			6337		A_{648}		6473			A_{662}					6619
A_{635}		6343			A_{649}	6481				A_{663}					
A_{636}		6353		6359	A_{650}	6491				A_{664}			6637		
A_{637}	6361		6367		A_{651}					A_{665}					
A_{638}		6373		6379	A_{652}					A_{666}		6653			6659
A_{639}				6389	A_{653}	6521			6529	A_{667}	6661				
A_{640}			6397		A_{654}					A_{668}		6673			6679
A_{641}					A_{655}			6547		A_{669}					6689
A_{642}					A_{656}	6551	6553			A_{670}	6691				
A_{643}	6421		6427		A_{657}		6563		6569	A_{671}	6701	6703			6709
A_{644}					A_{658}	6571		6577		A_{672}					6719

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{701}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{673}					A_{687}		6863		6869	A_{701}	7001				
A_{674}		6733	6737		A_{688}	6871				A_{702}		7013			7019
A_{675}					A_{689}		6883			A_{703}			7027		
A_{676}					A_{690}				6899	A_{704}					7039
A_{677}	6761	6763			A_{691}			6907		A_{705}		7043			
A_{678}				6779	A_{692}	6911		6917		A_{706}			7057		
A_{679}	6781				A_{693}					A_{707}					7069
A_{680}	6791	6793			A_{694}					A_{708}					7079
A_{681}		6803			A_{695}			6947	6949	A_{709}					
A_{682}					A_{696}				6959	A_{710}					
A_{683}		6823	6827	6829	A_{697}	6961		6967		A_{711}		7103			7109
A_{684}		6833			A_{698}	6971		6977		A_{712}					
A_{685}	6841				A_{699}		6983			A_{713}	7121		7127		7129
A_{686}			6857		A_{700}	6991		6997		A_{714}					

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9		A_{743}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{715}						A_{729}		7283				A_{743}				
A_{716}	7151			7159		A_{730}			7297			A_{744}		7433		
A_{717}						A_{731}			7307	7309		A_{745}				
A_{718}			7177			A_{732}						A_{746}	7451		7457	7459
A_{719}			7187			A_{733}	7321					A_{747}				
A_{720}		7193				A_{734}	7331	7333				A_{748}			7477	
A_{721}			7207			A_{735}				7349		A_{749}	7481		7487	7489
A_{722}	7211	7213		7219		A_{736}	7351					A_{750}				7499
A_{723}				7229		A_{737}				7369		A_{751}			7507	
A_{724}			7237			A_{738}						A_{752}			7517	
A_{725}		7243	7247			A_{739}						A_{753}		7523		7529
A_{726}		7253				A_{740}		7393				A_{754}			7537	
A_{727}						A_{741}						A_{755}	7541		7547	7549
A_{728}						A_{742}	7411		7417			A_{756}				7559

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{757}	7561				A_{771}		7703			A_{785}	7841			
A_{758}		7573	7577		A_{772}			7717		A_{786}		7853		
A_{759}		7583		7589	A_{773}		7723	7727		A_{787}			7867	
A_{760}	7591				A_{774}					A_{788}		7873	7877	7879
A_{761}		7603	7607		A_{775}	7741				A_{789}		7883		
A_{762}					A_{776}		7753	7757	7759	A_{790}				
A_{763}	7621				A_{777}					A_{791}	7901		7907	
A_{764}				7639	A_{778}					A_{792}				7919
A_{765}		7643		7649	A_{779}				7789	A_{793}			7927	
A_{766}					A_{780}		7793			A_{794}		7933	7937	
A_{767}				7669	A_{781}					A_{795}				7949
A_{768}		7673			A_{782}			7817		A_{796}	7951			
A_{769}	7681		7687		A_{783}		7823		7829	A_{797}		7963		
A_{770}	7691			7699	A_{784}					A_{798}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{799}					A_{813}		8123			A_{827}		8263		8269
A_{800}		7993			A_{814}					A_{828}		8273		
A_{801}				8009	A_{815}			8147		A_{829}			8287	
A_{802}	8011		8017		A_{816}					A_{830}	8291	8293	8297	
A_{803}					A_{817}	8161		8167		A_{831}				
A_{804}				8039	A_{818}	8171			8179	A_{832}	8311		8317	
A_{805}					A_{819}					A_{833}				8329
A_{806}		8053		8059	A_{820}	8191				A_{834}				
A_{807}				8069	A_{821}				8209	A_{835}				
A_{808}					A_{822}				8219	A_{836}		8353		
A_{809}	8081		8087	8089	A_{823}	8221				A_{837}		8363		8369
A_{810}		8093			A_{824}	8231	8233	8237		A_{838}			8377	
A_{811}	8101				A_{825}		8243			A_{839}			8387	8389
A_{812}	8111		8117		A_{826}					A_{840}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{861}					A_{855}		8543			A_{869}	8681			8689
A_{862}				8419	A_{856}					A_{870}		8693		8699
A_{863}		8423		8429	A_{857}		8563			A_{871}			8707	
A_{864}	8431				A_{858}		8573			A_{872}		8713		8719
A_{865}		8443	8447		A_{859}	8581				A_{873}				
A_{866}					A_{860}			8597	8599	A_{874}	8731		8737	
A_{867}	8461		8467		A_{861}				8609	A_{875}	8741		8747	
A_{868}					A_{862}					A_{876}		8753		
A_{869}					A_{863}			8623	8629	A_{877}	8761			
A_{870}					A_{864}					A_{878}				8779
A_{871}	8501				A_{865}	8641		8647		A_{879}		8783		
A_{872}		8513			A_{866}					A_{880}				
A_{873}	8521		8527		A_{867}		8663		8669	A_{881}		8803	8807	
A_{874}			8537	8539	A_{868}			8677		A_{882}				8819

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{883}	8821				A_{887}		8963		8969	A_{911}		9103		9109
A_{884}	8831		8837	8839	A_{898}	8971				A_{912}				
A_{885}				8849	A_{899}					A_{913}			9127	
A_{886}					A_{900}				8999	A_{914}		9133	9137	
A_{887}	8861	8863	8867		A_{901}	9001		9007		A_{915}				
A_{888}					A_{902}	9011	9013			A_{916}	9151		9157	
A_{889}			8887		A_{903}				9029	A_{917}	9161			
A_{890}		8893			A_{904}					A_{918}		9173		
A_{891}					A_{905}	9041	9043		9049	A_{919}	9181		9187	
A_{892}					A_{906}				9059	A_{920}				9199
A_{893}		8923		8929	A_{907}			9067		A_{921}		9203		9209
A_{894}		8933			A_{908}					A_{922}				
A_{895}	8941				A_{909}					A_{923}	9221		9227	
A_{896}	8951				A_{910}	9091				A_{924}				9239

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9		A_{953}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{925}	9241					A_{939}						A_{953}	9521			
A_{926}			9257			A_{940}	9391		9397			A_{954}		9533		9539
A_{927}						A_{941}		9403				A_{955}			9547	
A_{928}						A_{942}		9413				A_{956}	9551			
A_{929}	9281	9283				A_{943}	9421			9419		A_{957}				
A_{930}		9293				A_{944}	9431	9433	9437	9439		A_{958}				
A_{931}						A_{945}						A_{959}			9587	
A_{932}	9311			9319		A_{946}						A_{960}				
A_{933}		9323				A_{947}	9461	9463	9467			A_{961}	9601			
A_{934}			9337			A_{948}		9473		9479		A_{962}		9613		9619
A_{935}	9341	9343		9349		A_{949}						A_{963}		9623		9629
A_{936}						A_{950}	9491		9497			A_{964}	9631			
A_{937}						A_{951}						A_{965}		9643		9649
A_{938}	9371		9377			A_{952}	9511					A_{966}				

四竖行素数统计表

	B ₁	B ₃	B ₇	B ₉		B ₁	B ₃	B ₇	B ₉
A ₁ —A ₅₀	22	24	24	23	A ₇₀₁ —A ₇₅₀	10	11	14	15
A ₅₁ —A ₁₀₀	18	18	22	15	A ₇₅₁ —A ₈₀₀	10	17	16	14
A ₁₀₁ —A ₁₅₀	18	19	14	20	A ₈₀₁ —A ₈₅₀	13	12	13	14
A ₁₅₁ —A ₂₀₀	15	17	17	15	A ₈₅₁ —A ₉₀₀	14	16	13	15
A ₂₀₁ —A ₂₅₀	16	17	17	14	A ₉₀₁ —A ₉₅₀	18	15	15	12
A ₂₅₁ —A ₃₀₀	14	15	17	17	A ₉₅₁ —A ₁₀₀₀	15	11	11	15
A ₃₀₁ —A ₃₅₀	17	12	13	18	合计	306	310	308	303
A ₃₅₁ —A ₄₀₀	14	16	18	13	总计	1227 个,外加 2 个, 共 1229 个			
A ₄₀₁ —A ₄₅₀	16	16	14	14					
A ₄₅₁ —A ₅₀₀	13	18	14	14					
A ₅₀₁ —A ₅₅₀	14	13	14	14					
A ₅₅₁ —A ₆₀₀	17	14	14	13					
A ₆₀₁ —A ₆₅₀	16	15	15	13					
A ₆₅₁ —A ₇₀₀	16	14	13	15					

万以内的素数统计表

总计:1229个

数域	个数	数域	个数	数域	个数	数域	个数	数域	个数
1—100	25	2001—2100	14	4001—4100	15	6001—6100	12	8001—8100	11
101—200	21	2100—2200	10	4101—4200	9	6101—6200	11	8101—8200	10
201—300	16	2201—2300	15	4201—4300	16	6201—6300	13	8201—8300	14
301—400	16	2301—2400	15	4301—4400	9	6301—6400	15	8301—8400	9
401—500	17	2401—2500	10	4401—4500	11	6401—6500	8	8401—8500	8
501—600	14	2501—2600	11	4501—4600	12	6501—6600	11	8501—8600	12
601—700	16	2601—2700	15	4601—4700	12	6601—6700	10	8601—8700	13
701—800	14	2701—2800	14	4701—4800	12	6701—6800	12	8701—8800	11
801—900	15	2801—2900	12	4801—4900	8	6801—6900	12	8801—8900	13
901—1000	14	2901—3000	11	4901—5000	15	6901—7000	13	8901—9000	9
合计	168		127		119		117		110
1001—1100	16	3001—3100	12	5001—5100	12	7001—7100	9	9001—9100	11
1101—1200	12	3101—3200	10	5101—5200	11	7101—7200	10	9101—9200	12

数域	个数	数域	个数	数域	个数	数域	个数	数域	个数	数域	个数
1201—1300	15	3201—3300	11	5201—5300	10	7201—7300	11	9201—9300	11		
1301—1400	11	3301—3400	15	5301—5400	10	7301—7400	9	9301—9400	11		
1401—1500	17	3401—3500	11	5401—5500	13	7401—7500	11	9401—9500	15		
1501—1600	12	3501—3600	14	5501—5600	13	7501—7600	15	9501—9600	7		
1601—1700	15	3601—3700	13	5601—5700	12	7601—7700	12	9601—9700	13		
1701—1800	12	3701—3800	12	5701—5800	10	7701—7800	10	9701—9800	11		
1801—1900	12	3801—3900	11	5801—5900	16	7801—7900	10	9801—9900	12		
1901—2000	13	3901—4000	11	5901—6000	7	7901—8000	10	9901—10000	9		
合计	135		120		114		107		112		

10001—50000 以内的素数表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1001}			10007	10009	A_{1015}	10141				A_{1029}				10289
A_{1002}					A_{1016}	10151			10159	A_{1030}				
A_{1003}					A_{1017}		10163		10169	A_{1031}	10301	10303		
A_{1004}			10037	10039	A_{1018}			10177		A_{1032}		10313		
A_{1005}					A_{1019}	10181				A_{1033}	10321			
A_{1006}					A_{1020}			10193		A_{1034}	10331	10333	10337	
A_{1007}	10061		10067	10069	A_{1021}					A_{1035}		10343		
A_{1008}				10079	A_{1022}	10211				A_{1036}			10357	
A_{1009}					A_{1023}		10223			A_{1037}				10369
A_{1010}	10091	10093		10099	A_{1024}					A_{1038}				
A_{1011}		10103			A_{1025}		10243	10247		A_{1039}				
A_{1012}	10111				A_{1026}		10253		10259	A_{1040}	10391			10399
A_{1013}					A_{1027}			10267		A_{1041}				
A_{1014}		10133		10139	A_{1028}	10271	10273			A_{1042}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1043}			10427	10429	A_{1057}			10567		A_{1071}				10709
A_{1044}		10433			A_{1058}					A_{1072}	10711			
A_{1045}					A_{1059}				10589	A_{1073}		10723		10729
A_{1046}		10453	10457	10459	A_{1060}			10597		A_{1074}		10733		10739
A_{1047}		10463			A_{1061}	10601		10607		A_{1075}				
A_{1048}			10477		A_{1062}		10613			A_{1076}		10753		
A_{1049}			10487		A_{1063}			10627		A_{1077}				
A_{1050}				10499	A_{1064}	10631			10639	A_{1078}	10771			
A_{1051}	10501				A_{1065}					A_{1079}	10781			10789
A_{1052}		10513			A_{1066}	10651		10657		A_{1080}				10799
A_{1053}				10529	A_{1067}		10663	10667		A_{1081}				
A_{1054}	10531				A_{1068}					A_{1082}				
A_{1055}					A_{1069}			10687		A_{1083}				
A_{1056}				10559	A_{1070}	10691				A_{1084}	10831		10837	

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1085}			10847		A_{1099}			10987		A_{1113}				
A_{1086}		10853		10859	A_{1100}					A_{1114}	11131			
A_{1087}	10861		10867		A_{1101}					A_{1115}				11149
A_{1088}					A_{1102}					A_{1116}				11159
A_{1089}		10883		10889	A_{1103}			11027		A_{1117}	11161			
A_{1090}	10891				A_{1104}					A_{1118}	11171	11173	11177	
A_{1091}		10903		10909	A_{1105}			11047		A_{1119}				
A_{1092}					A_{1106}			11057	11059	A_{1120}			11197	
A_{1093}					A_{1107}				11069	A_{1121}				
A_{1094}			10937	10939	A_{1108}	11071				A_{1122}		11213		
A_{1095}				10949	A_{1109}			11083	11087	A_{1123}				
A_{1096}			10957		A_{1110}			11093		A_{1124}				11239
A_{1097}					A_{1111}					A_{1125}		11243		
A_{1098}		10973		10979	A_{1112}			11113	11117	A_{1126}	11251		11257	

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{1155}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1127}	11261				A_{1141}					A_{1155}					11549
A_{1128}		11273		11279	A_{1142}	11411				A_{1156}	11551				
A_{1129}			11287		A_{1143}		11423			A_{1157}					
A_{1130}				11299	A_{1144}			11437		A_{1158}					11579
A_{1131}					A_{1145}		11443	11447		A_{1159}				11587	
A_{1132}	11311		11317		A_{1146}					A_{1160}		11593	11597		
A_{1133}	11321			11329	A_{1147}			11467		A_{1161}					
A_{1134}					A_{1148}	11471				A_{1162}				11617	
A_{1135}					A_{1149}		11483		11489	A_{1163}	11621				
A_{1136}	11351	11353			A_{1150}	11491		11497		A_{1164}			11633		
A_{1137}				11369	A_{1151}		11503			A_{1165}					
A_{1138}					A_{1152}				11519	A_{1166}				11657	
A_{1139}		11383			A_{1153}			11527		A_{1167}					
A_{1140}		11393		11399	A_{1154}					A_{1168}				11677	

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1169}	11681			11689		A_{1183}	11821		11827		A_{1197}				11969
A_{1170}				11699		A_{1184}	11831	11833		11839	A_{1198}	11971			
A_{1171}	11701					A_{1185}					A_{1199}	11981	11987		
A_{1172}			11717	11719		A_{1186}					A_{1200}				
A_{1173}						A_{1187}		11863	11867		A_{1201}		12007		
A_{1174}	11731					A_{1188}					A_{1202}	12011			
A_{1175}		11743				A_{1189}			11887		A_{1203}				
A_{1176}						A_{1190}			11897		A_{1204}		12037		
A_{1177}						A_{1191}		11903		11909	A_{1205}	12041	12043		12049
A_{1178}			11777	11779		A_{1192}					A_{1206}				
A_{1179}		11783		11789		A_{1193}		11923	11927		A_{1207}				
A_{1180}						A_{1194}		11933		11939	A_{1208}	12071	12073		
A_{1181}	11801		11807			A_{1195}	11941				A_{1209}				
A_{1182}		11813				A_{1196}		11953		11959	A_{1210}			12097	

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1211}	12101		12107	12109	A_{1225}	12241				A_{1239}				
A_{1212}		12113		12119	A_{1226}	12251	12253			A_{1240}	12391			
A_{1213}					A_{1227}		12263		12269	A_{1241}	12401			12409
A_{1214}					A_{1228}			12277		A_{1242}		12413		
A_{1215}		12143		12149	A_{1229}	12281			12289	A_{1243}	12421			
A_{1216}			12157		A_{1230}					A_{1244}		12433	12437	
A_{1217}	12161	12163			A_{1231}	12301				A_{1245}				
A_{1218}					A_{1232}					A_{1246}	12451		12457	
A_{1219}					A_{1233}		12323		12329	A_{1247}				
A_{1220}			12197		A_{1234}					A_{1248}		12473		12479
A_{1221}		12203			A_{1235}		12343	12347		A_{1249}			12487	
A_{1222}	12211				A_{1236}					A_{1250}	12491		12497	
A_{1223}			12227		A_{1237}					A_{1251}		12503		
A_{1224}				12239	A_{1238}		12373	12377	12379	A_{1252}	12511		12517	

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1253}			12527		A_{1267}					A_{1281}				12809
A_{1254}				12539	A_{1268}	12671				A_{1282}				
A_{1255}	12541		12547		A_{1269}				12689	A_{1283}	12821	12823		12829
A_{1256}		12553			A_{1270}			12697		A_{1284}				
A_{1257}				12569	A_{1271}		12703			A_{1285}	12841			
A_{1258}			12577		A_{1272}		12713			A_{1286}		12853		
A_{1259}		12583		12589	A_{1273}	12721				A_{1287}				
A_{1260}					A_{1274}				12739	A_{1288}				
A_{1261}	12601				A_{1275}		12743			A_{1289}				12889
A_{1262}	12611	12613		12619	A_{1276}			12757		A_{1290}		12893		12899
A_{1263}					A_{1277}		12763			A_{1291}			12907	
A_{1264}			12637		A_{1278}					A_{1292}	12911		12917	12919
A_{1265}	12641		12647		A_{1279}	12781				A_{1293}		12923		
A_{1266}		12653		12659	A_{1280}	12791			12799	A_{1294}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1295}	12941				A_{1309}					A_{1323}				13229
A_{1296}		12953		12959	A_{1310}		13093		13099	A_{1324}				
A_{1297}			12967		A_{1311}		13103		13109	A_{1325}	13241			13249
A_{1298}		12973		12979	A_{1312}					A_{1326}				13259
A_{1299}		12983			A_{1313}	13121		13127		A_{1327}			13267	
A_{1300}					A_{1314}					A_{1328}				
A_{1301}	13001	13003	13007	13009	A_{1315}			13147		A_{1329}				
A_{1302}					A_{1316}	13151			13159	A_{1330}	13291		13297	
A_{1303}					A_{1317}		13163			A_{1331}				13309
A_{1304}		13033	13037		A_{1318}	13171		13177		A_{1332}	13313			
A_{1305}		13043		13049	A_{1319}		13183	13187		A_{1333}			13327	
A_{1306}					A_{1320}					A_{1334}	13331		13337	13339
A_{1307}		13063			A_{1321}					A_{1335}				
A_{1308}					A_{1322}			13217	13219	A_{1336}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{1365}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1337}			13367		A_{1351}					A_{1365}					13649
A_{1338}					A_{1352}		13513			A_{1366}					
A_{1339}	13381				A_{1353}		13523			A_{1367}					13669
A_{1340}					A_{1354}			13537		A_{1368}					13679
A_{1341}			13397	13399	A_{1355}					A_{1369}	13681			13687	
A_{1342}	13411		13417		A_{1356}		13553			A_{1370}	13691	13693	13697		
A_{1343}	13421				A_{1357}			13567		A_{1371}					13709
A_{1344}					A_{1358}			13577		A_{1372}	13711				
A_{1345}	13441				A_{1359}					A_{1373}	13721	13723			13729
A_{1346}	13451		13457		A_{1360}	13591		13597		A_{1374}					
A_{1347}		13463		13469	A_{1361}					A_{1375}					
A_{1348}			13477		A_{1362}		13613		13619	A_{1376}	13751		13757		13759
A_{1349}			13487		A_{1363}			13627		A_{1377}		13763			
A_{1350}				13499	A_{1364}		13633			A_{1378}					

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{1407}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1379}	13781			13789	A_{1393}	13921				A_{1407}					
A_{1380}				13799	A_{1394}	13931	13933			A_{1408}	14071				
A_{1381}			13807		A_{1395}					A_{1409}	14081	14083	14087		
A_{1382}					A_{1396}					A_{1410}					
A_{1383}				13829	A_{1397}		13963	13967		A_{1411}				14107	
A_{1384}	13831				A_{1398}					A_{1412}					
A_{1385}	13841				A_{1399}					A_{1413}					
A_{1386}				13859	A_{1400}			13997	13999	A_{1414}					
A_{1387}					A_{1401}				14009	A_{1415}		14143			14149
A_{1388}		13873	13877	13879	A_{1402}	14011				A_{1416}		14153			14159
A_{1389}		13883			A_{1403}				14029	A_{1417}					
A_{1390}					A_{1404}		14033			A_{1418}		14173	14177		
A_{1391}	13901	13903	13907		A_{1405}					A_{1419}					
A_{1392}		13913			A_{1406}	14051		14057		A_{1420}				14197	

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1421}			14207		A_{1435}	14341		14347		A_{1449}				14489
A_{1422}					A_{1436}					A_{1450}				
A_{1423}	14221				A_{1437}				14369	A_{1451}	14503			
A_{1424}					A_{1438}					A_{1452}				14519
A_{1425}		14243		14249	A_{1439}			14387	14389	A_{1453}				
A_{1426}	14251				A_{1440}					A_{1454}	14533	14537		
A_{1427}					A_{1441}	14401		14407		A_{1455}	14543			14549
A_{1428}					A_{1442}	14411			14419	A_{1456}	14551		14557	
A_{1429}	14281				A_{1443}		14423			A_{1457}	14561	14563		
A_{1430}		14293			A_{1444}	14431		14437		A_{1458}				
A_{1431}		14303			A_{1445}			14447	14449	A_{1459}				
A_{1432}					A_{1446}					A_{1460}	14591	14593		
A_{1433}	14321	14323	14327		A_{1447}	14461				A_{1461}				
A_{1434}					A_{1448}				14479	A_{1462}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1463}	14621		14627	14629	A_{1477}			14767		A_{1491}				
A_{1464}		14633		14639	A_{1478}	14771			14779	A_{1492}				
A_{1465}					A_{1479}		14783			A_{1493}		14923		14929
A_{1466}		14653	14657		A_{1480}			14797		A_{1494}				14939
A_{1467}				14669	A_{1481}					A_{1495}			14947	
A_{1468}					A_{1482}		14813			A_{1496}	14951		14957	
A_{1469}		14683			A_{1483}	14821		14827		A_{1497}				14969
A_{1470}				14699	A_{1484}	14831				A_{1498}				
A_{1471}					A_{1485}		14843			A_{1499}		14983		
A_{1472}		14713	14717		A_{1486}	14851				A_{1500}				
A_{1473}		14723			A_{1487}			14867	14869	A_{1501}				
A_{1474}	14731		14737		A_{1488}				14879	A_{1502}		15013	15017	
A_{1475}	14741		14747		A_{1489}			14887		A_{1503}				
A_{1476}		14753		14759	A_{1490}	14891		14897		A_{1504}	15031			

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1505}					A_{1519}			15187		A_{1533}				15329
A_{1506}		15053			A_{1520}		15193		15199	A_{1534}	15331			
A_{1507}	15061				A_{1521}					A_{1535}				15349
A_{1508}		15073	15077		A_{1522}			15217		A_{1536}				15359
A_{1509}		15083			A_{1523}			15227		A_{1537}	15361			
A_{1510}	15091				A_{1524}		15233			A_{1538}		15373	15377	
A_{1511}	15101		15107		A_{1525}	15241				A_{1539}		15383		
A_{1512}					A_{1526}				15259	A_{1540}	15391			
A_{1513}	15121				A_{1527}		15263		15269	A_{1541}	15401			
A_{1514}	15131		15137	15139	A_{1528}	15271		15277		A_{1542}		15413		
A_{1515}				15149	A_{1529}			15287	15289	A_{1543}			15427	
A_{1516}					A_{1530}				15299	A_{1544}				15439
A_{1517}	15161				A_{1531}			15307		A_{1545}		15443		
A_{1518}		15173			A_{1532}		15313		15319	A_{1546}	15451			

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1547}	15461		15467		A_{1561}	15601		15607		A_{1575}				15749
A_{1548}		15473			A_{1562}				15619	A_{1576}				
A_{1549}					A_{1563}				15629	A_{1577}	15761		15767	
A_{1550}		15493	15497		A_{1564}					A_{1578}		15773		
A_{1551}					A_{1565}	15641	15643	15647	15649	A_{1579}			15787	
A_{1552}	15511				A_{1566}					A_{1580}	15791		15797	
A_{1553}			15527		A_{1567}	15661		15667		A_{1581}		15803		15809
A_{1554}					A_{1568}	15671			15679	A_{1582}			15817	
A_{1555}	15541				A_{1569}		15683			A_{1583}		15823		
A_{1556}	15551			15559	A_{1570}					A_{1584}				
A_{1557}				15569	A_{1571}					A_{1585}				
A_{1558}					A_{1572}					A_{1586}				15859
A_{1559}	15581	15583			A_{1573}			15727		A_{1587}				
A_{1560}					A_{1574}	15731	15733	15737	15739	A_{1588}			15877	

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{1616}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1589}	15881		15887	15889	A_{1602}						A_{1616}				
A_{1590}					A_{1603}						A_{1617}				
A_{1591}	15901		15907		A_{1604}		16033				A_{1618}				
A_{1592}		15913		15919	A_{1605}						A_{1619}	16183	16187	16189	
A_{1593}		15923			A_{1606}			16057			A_{1620}	16193			
A_{1594}			15937		A_{1607}	16061	16063	16067	16069		A_{1621}				
A_{1595}					A_{1608}		16073				A_{1622}			16217	
A_{1596}				15959	A_{1609}			16087			A_{1623}	16223			16229
A_{1597}					A_{1610}	16091		16097			A_{1624}	16231			
A_{1598}	15971	15973			A_{1611}		16103				A_{1625}				16249
A_{1599}					A_{1612}	16111					A_{1626}		16253		
A_{1600}	15991				A_{1613}			16127			A_{1627}			16267	
A_{1601}	16001		16007		A_{1614}				16139		A_{1628}		16273		
A_{1602}					A_{1615}	16141					A_{1629}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{1658}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1630}					A_{1644}		16433				A_{1658}		16573		
A_{1631}	16301				A_{1645}			16447			A_{1659}				
A_{1632}				16319	A_{1646}	16451	16453				A_{1660}				
A_{1633}					A_{1647}						A_{1661}		16603	16607	
A_{1634}		16333		16339	A_{1648}			16477			A_{1662}				16619
A_{1635}				16349	A_{1649}	16481		16487			A_{1663}				
A_{1636}					A_{1650}		16493				A_{1664}	16631	16633		
A_{1637}	16361	16363		16369	A_{1651}						A_{1665}				16649
A_{1638}					A_{1652}				16519		A_{1666}	16651		16657	
A_{1639}	16381				A_{1653}				16529		A_{1667}	16661			
A_{1640}					A_{1654}						A_{1668}		16673		
A_{1641}					A_{1655}			16547			A_{1669}				
A_{1642}	16411		16417		A_{1656}		16553				A_{1670}	16691	16693		16699
A_{1643}	16421		16427		A_{1657}	16561		16567			A_{1671}		16703		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1672}					A_{1686}					A_{1700}		16993		
A_{1673}				16729	A_{1687}					A_{1701}				
A_{1674}					A_{1688}	16871			16879	A_{1702}	17011			
A_{1675}	16741		16747		A_{1689}		16883		16889	A_{1703}	17021		17027	17029
A_{1676}				16759	A_{1690}					A_{1704}		17033		
A_{1677}		16763			A_{1691}	16901	16903			A_{1705}	17041		17047	
A_{1678}					A_{1692}					A_{1706}		17053		
A_{1679}			16787		A_{1693}	16921		16927		A_{1707}				
A_{1680}					A_{1694}	16931		16937		A_{1708}			17077	
A_{1681}					A_{1695}		16943			A_{1709}				
A_{1682}	16811				A_{1696}					A_{1710}		17093		17099
A_{1683}		16823		16829	A_{1697}		16963			A_{1711}			17107	
A_{1684}	16831				A_{1698}				16979	A_{1712}			17117	
A_{1685}		16843			A_{1699}	16981		16987		A_{1713}		17123		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1714}			17137		A_{1728}					A_{1742}			17417	17419
A_{1715}					A_{1729}					A_{1743}				
A_{1716}				17159	A_{1730}	17291	17293		17299	A_{1744}	17431			
A_{1717}			17167		A_{1731}					A_{1745}		17443		17449
A_{1718}					A_{1732}			17317		A_{1746}				
A_{1719}		17183		17189	A_{1733}	17321		17327		A_{1747}			17467	
A_{1720}	17191				A_{1734}		17333			A_{1748}	17471		17477	
A_{1721}		17203	17207	17209	A_{1735}	17341				A_{1749}		17483		17489
A_{1722}					A_{1736}	17351			17359	A_{1750}	17491		17497	
A_{1723}					A_{1737}					A_{1751}				17509
A_{1724}	17231			17239	A_{1738}			17377		A_{1752}				17519
A_{1725}					A_{1739}		17383	17387	17389	A_{1753}				
A_{1726}					A_{1740}		17393			A_{1754}				17539
A_{1727}			17257		A_{1741}	17401				A_{1755}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1756}	17551				A_{1770}			17707		A_{1784}			17837	17839
A_{1757}				17569	A_{1771}					A_{1785}				
A_{1758}		17573		17579	A_{1772}		17713			A_{1786}	17851			
A_{1759}	17581				A_{1773}				17729	A_{1787}		17863		
A_{1760}			17597	17599	A_{1774}			17737		A_{1788}				
A_{1761}				17609	A_{1775}			17747	17749	A_{1789}	17881			
A_{1762}					A_{1776}					A_{1790}	17891			
A_{1763}		17623	17627		A_{1777}	17761				A_{1791}		17903		17909
A_{1764}					A_{1778}					A_{1792}	17911			
A_{1765}					A_{1779}		17783		17789	A_{1793}	17921	17923		17929
A_{1766}			17657	17659	A_{1780}	17791				A_{1794}				17939
A_{1767}				17669	A_{1781}			17807		A_{1795}				
A_{1768}					A_{1782}					A_{1796}			17957	17959
A_{1769}	17681	17683			A_{1783}			17827		A_{1797}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1798}	17971		17977		A_{1812}				18119	A_{1826}	18251	18253	18257	
A_{1799}	17981		17987	17989	A_{1813}	18121		18127		A_{1827}				18269
A_{1800}					A_{1814}	18131	16133			A_{1828}				
A_{1801}					A_{1815}		18143		18149	A_{1829}			18287	18289
A_{1802}		18013			A_{1816}					A_{1830}				
A_{1803}					A_{1817}				18169	A_{1831}	18301		18307	
A_{1804}					A_{1818}					A_{1832}	18311	18313		
A_{1805}	18041	18043	18047	18049	A_{1819}	18181				A_{1833}				18329
A_{1806}				18059	A_{1820}	18191			18199	A_{1834}				
A_{1807}	18061				A_{1821}					A_{1835}	18341			
A_{1808}			18077		A_{1822}	18211		18217		A_{1836}		18353		
A_{1809}				18089	A_{1823}		18223		18229	A_{1837}			18367	
A_{1810}			18097		A_{1824}		18233			A_{1838}	18371			18379
A_{1811}					A_{1825}					A_{1839}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1840}			18397		A_{1854}				18539	A_{1868}	18671			18679
A_{1841}	18401				A_{1855}	18541				A_{1869}				
A_{1842}		18413			A_{1856}		18553			A_{1870}	18691			
A_{1843}			18427		A_{1857}					A_{1871}	18701			
A_{1844}		18433		18439	A_{1858}					A_{1872}		18713		18719
A_{1845}		18443			A_{1859}		18583	18587		A_{1873}				
A_{1846}	18451		18457		A_{1860}		18593			A_{1874}	18731			
A_{1847}	18461				A_{1861}					A_{1875}		18743		18749
A_{1848}					A_{1862}			18617		A_{1876}			18757	
A_{1849}	18481				A_{1863}					A_{1877}				
A_{1850}		18493			A_{1864}			18637		A_{1878}		18773		
A_{1851}		18503			A_{1865}					A_{1879}			18787	
A_{1852}			18517		A_{1866}					A_{1880}		18793	18797	
A_{1853}	18521	18523			A_{1867}	18661				A_{1881}		18803		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1882}					A_{1896}				18959	A_{1910}				
A_{1883}					A_{1897}					A_{1911}				
A_{1884}				18839	A_{1898}		18973		18979	A_{1912}				
A_{1885}					A_{1899}					A_{1913}	19121			
A_{1886}				18859	A_{1900}					A_{1914}				10139
A_{1887}				18869	A_{1901}	19001			19009	A_{1915}	19141			
A_{1888}					A_{1902}		19013			A_{1916}			19157	
A_{1889}					A_{1903}					A_{1917}		19163		
A_{1890}				18899	A_{1904}	19031		19037		A_{1918}				
A_{1891}					A_{1905}					A_{1919}	19181	19183		
A_{1892}	18911	18913	18917	18919	A_{1906}	19051				A_{1920}				
A_{1893}					A_{1907}				19069	A_{1921}			19207	
A_{1894}					A_{1908}		19073		19079	A_{1922}	19211	19213		19219
A_{1895}			18947		A_{1909}	19081		19087		A_{1923}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{1924}	19231		19237		A_{1938}		19373		19379	A_{1952}				
A_{1925}				19249	A_{1939}	19381		19387		A_{1953}				
A_{1926}				19259	A_{1940}	19391				A_{1954}	19531			
A_{1927}			19267		A_{1941}		19403			A_{1955}	19541	19543		
A_{1928}		19273			A_{1942}			19417		A_{1956}		19553		19559
A_{1929}				19289	A_{1943}	19421	19423	19427	19429	A_{1957}				
A_{1930}					A_{1944}		19433			A_{1958}	19571		19577	
A_{1931}	19301			19309	A_{1945}	19441		19447		A_{1959}		19583		
A_{1932}				19319	A_{1946}			19457		A_{1960}			19597	
A_{1933}					A_{1947}		19463		19469	A_{1961}		19603		19609
A_{1934}		19333			A_{1948}	19471		19477		A_{1962}				
A_{1935}					A_{1949}		19483		19489	A_{1963}				
A_{1936}					A_{1950}					A_{1964}				
A_{1937}					A_{1951}	19501		19507		A_{1965}				

续表

A_{1966}	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
					A_{1980}		19793			A_{1994}			19937	
A_{1967}	19661				A_{1981}	19801				A_{1995}				19949
A_{1968}					A_{1982}		19813		19819	A_{1996}				
A_{1969}	19681		19687		A_{1983}					A_{1997}	19961	19963		
A_{1970}			19697	19699	A_{1984}					A_{1998}		19973		19979
A_{1971}				19709	A_{1985}	19841	19843			A_{1999}				
A_{1972}			19717		A_{1986}		19853			A_{2000}	19991	19993	19997	
A_{1973}			19727		A_{1987}	19861		19867		A_{2001}				
A_{1974}				10739	A_{1988}					A_{2002}	20011			
A_{1975}					A_{1989}				19889	A_{2003}	20021	20023		20029
A_{1976}	19751	19753		19759	A_{1990}	19891				A_{2004}				
A_{1977}		19763			A_{1991}					A_{2005}			20047	
A_{1978}			19777		A_{1992}		19913		19919	A_{2006}	20051			
A_{1979}					A_{1993}			19927		A_{2007}		20063		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{2036}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2008}	20071				A_{2022}				20219	A_{2036}			20353	20357	20359
A_{2009}				20089	A_{2023}					A_{2037}					20369
A_{2010}					A_{2024}	20231	20233			A_{2038}					
A_{2011}	20101		20107		A_{2025}				20249	A_{2039}					20389
A_{2012}		20113	20117		A_{2026}					A_{2040}			20393		20399
A_{2013}		20123		20129	A_{2027}	20261			20269	A_{2041}				20407	
A_{2014}					A_{2028}					A_{2042}	20411				
A_{2015}		20143	20147	20149	A_{2029}			20287		A_{2043}					
A_{2016}					A_{2030}			20297		A_{2044}	20431				
A_{2017}	20161				A_{2031}					A_{2045}	20441	20443			
A_{2018}		20173	20177		A_{2032}					A_{2046}					
A_{2019}		20183			A_{2033}		20323	20327		A_{2047}					
A_{2020}					A_{2034}		20333			A_{2048}				20477	20479
A_{2021}	20201				A_{2035}	20341		20347		A_{2049}			20483		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2050}					A_{2064}				20639	A_{2078}	20771	20773		
A_{2051}			20507	20509	A_{2065}	20641				A_{2079}				20789
A_{2052}					A_{2066}					A_{2080}				
A_{2053}	20521				A_{2067}		20663			A_{2081}			20807	20809
A_{2054}		20533			A_{2068}					A_{2082}				
A_{2055}		20543		20549	A_{2069}	20681				A_{2083}				
A_{2056}	20551				A_{2070}		20693			A_{2084}				
A_{2057}		20563			A_{2071}			20707		A_{2085}				20849
A_{2058}					A_{2072}			20717	20719	A_{2086}			20857	
A_{2059}					A_{2073}					A_{2087}				
A_{2060}		20593		20599	A_{2074}	20731				A_{2088}		20873		20879
A_{2061}					A_{2075}		20743	20747	20749	A_{2089}			20887	
A_{2062}	20611				A_{2076}		20753		20759	A_{2090}			20897	20899
A_{2063}			20627		A_{2077}					A_{2091}		20903		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2092}					A_{2106}				21059	A_{2120}	21191	21193		
A_{2093}	20921			20929	A_{2107}	21061		21067		A_{2121}				
A_{2094}				20939	A_{2108}					A_{2122}	21211			
A_{2095}			20947		A_{2109}				21089	A_{2123}	21221		21227	
A_{2096}				20959	A_{2110}					A_{2124}				
A_{2097}		20963			A_{2111}	21101		21107		A_{2125}			21247	
A_{2098}					A_{2112}					A_{2126}				
A_{2099}	20981	20983			A_{2113}	21121				A_{2127}				21269
A_{2100}					A_{2114}				21139	A_{2128}			21277	
A_{2101}	21001				A_{2115}		21143		21149	A_{2129}		21283		
A_{2102}	21011	21013	21017	21019	A_{2116}			21157		A_{2130}				
A_{2103}		21023			A_{2117}		21163		21169	A_{2131}				
A_{2104}	21031				A_{2118}				21179	A_{2132}		21313	21317	21319
A_{2105}					A_{2119}			21187		A_{2133}		21323		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2176}	21751		21757		A_{2190}		21893			A_{2204}	22031		22037	22039
A_{2177}			21767		A_{2191}					A_{2205}				
A_{2178}		21773			A_{2192}	21911				A_{2206}	22051			
A_{2179}			21787		A_{2193}				21929	A_{2207}		22063	22067	
A_{2180}				21799	A_{2194}			21937		A_{2208}		22073		22079
A_{2181}		21803			A_{2195}		21943			A_{2209}				
A_{2182}			21817		A_{2196}					A_{2210}	22091	22093		
A_{2183}	21821				A_{2197}	21961				A_{2211}				22109
A_{2184}				21839	A_{2198}			21977		A_{2212}	22111			
A_{2185}	21841				A_{2199}					A_{2213}		22123		22129
A_{2186}	21851			21859	A_{2200}	21991		21997		A_{2214}		22133		
A_{2187}		21863			A_{2201}		22003			A_{2215}			22147	
A_{2188}	21871				A_{2202}		22013			A_{2216}		22153	22157	22159
A_{2189}	21881				A_{2203}			22027		A_{2217}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2218}	22171				A_{2232}					A_{2246}		22453		
A_{2219}				22189	A_{2233}					A_{2247}				22469
A_{2220}		22193			A_{2234}					A_{2248}				
A_{2221}					A_{2235}		22343		22349	A_{2249}	22481	22483		
A_{2222}					A_{2236}					A_{2250}				
A_{2223}				22229	A_{2237}			22367	22369	A_{2251}	22501			
A_{2224}					A_{2238}					A_{2252}	22511			
A_{2225}			22247		A_{2239}	22381				A_{2253}				
A_{2226}				22259	A_{2240}	22391		22397		A_{2254}	22531			
A_{2227}					A_{2241}				22409	A_{2255}	22541	22543		22549
A_{2228}	22271	22273	22767	22279	A_{2242}					A_{2256}				
A_{2229}		22283			A_{2243}					A_{2257}			22567	
A_{2230}	22291				A_{2244}		22433			A_{2258}	22571	22573		
A_{2231}		22303	22307		A_{2245}	22441		22447		A_{2259}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2260}					A_{2274}					22739	A_{2288}		22871		22877	
A_{2261}					A_{22745}	22741					A_{2289}					
A_{2262}		22613		22619	A_{2276}	22751					A_{2290}					
A_{2263}	22621				A_{2277}					22769	A_{2291}	22901			22907	
A_{2264}			22637	22639	A_{2278}				22777		A_{2292}					
A_{2265}		22643			A_{2279}		22783	22787			A_{2293}	22921				
A_{2266}	22651				A_{2280}						A_{2294}				22937	
A_{2267}				22669	A_{2281}			22807			A_{2295}			22943		
A_{2268}				22679	A_{2282}	22811		22817			A_{2296}					
A_{2269}					A_{2283}						A_{2297}	22961	22963			
A_{2270}	22691		22697	22699	A_{2284}						A_{2298}		22973			
A_{2271}				22709	A_{2285}						A_{2299}					
A_{2272}			22717		A_{2286}		22853			22859	A_{2300}		22993			
A_{2273}	22721		22727		A_{2287}	22861					A_{2301}		23003			

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2302}	23011		23017		A_{2316}				23159	A_{2330}	23291	23293	23297	
A_{2303}	23021		23027	23029	A_{2317}			23167		A_{2331}				
A_{2304}				23039	A_{2318}		23173			A_{2332}	23311			
A_{2305}	23041				A_{2319}				23189	A_{2333}	23321		23327	
A_{2306}		23053	23057	23059	A_{2320}			23197		A_{2334}		23333		23339
A_{2307}		23063			A_{2321}	23201	23203		23209	A_{2335}				
A_{2308}	23071				A_{2322}					A_{2336}			23357	
A_{2309}	23081		23087		A_{2323}			23227		A_{2337}				23369
A_{2310}				23099	A_{2324}					A_{2338}	23371			
A_{2311}					A_{2325}					A_{2339}				
A_{2312}			23117		A_{2326}	23251				A_{2340}				23399
A_{2313}					A_{2327}				23269	A_{2341}				
A_{2314}	23131				A_{2328}				23279	A_{2342}			23417	
A_{2315}		23143			A_{2329}					A_{2343}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2344}	23431				A_{2358}					A_{2372}				23719
A_{2345}			23447		A_{2359}	23581				A_{2373}				
A_{2346}				23459	A_{2360}		23593		23599	A_{2374}				
A_{2347}					A_{2361}		23603		23609	A_{2375}	23741	23743	23747	
A_{2348}		23473			A_{2362}					A_{2376}		23753		
A_{2349}					A_{2363}		23623	23627	23629	A_{2377}	23761		23767	
A_{2350}			23497		A_{2364}		23633			A_{2378}		23773		
A_{2351}				23509	A_{2365}					A_{2379}				23789
A_{2352}					A_{2366}					A_{2380}				
A_{2353}					A_{2367}		23663		23669	A_{2381}	23801			
A_{2354}	23531		23537	23539	A_{2368}	23671		23677		A_{2382}		23813		23819
A_{2355}				23549	A_{2369}			23687	23689	A_{2383}			23827	
A_{2356}			23557		A_{2370}					A_{2384}	23831	23833		
A_{2357}	23561	23563	23567		A_{2371}					A_{2385}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2386}			23857		A_{2400}		A_{2400}	23993			A_{2414}			24133	24137	
A_{2387}				23869	A_{2401}	24001			24007		A_{2415}					
A_{2388}		23873		23879	A_{2402}					24019	A_{2416}	24151				
A_{2389}			23887		A_{2403}			24023		24029	A_{2417}					24169
A_{2390}		23893		23899	A_{2404}						A_{2418}					24179
A_{2391}				23909	A_{2405}			24043		24049	A_{2419}	24181				
A_{2392}	23911		23917		A_{2406}						A_{2420}				24197	
A_{2393}				23929	A_{2407}	24061					A_{2421}		24203			
A_{2394}					A_{2408}	24071			24077		A_{2422}					
A_{2395}					A_{2409}			24083			A_{2423}		24223			24229
A_{2396}			23957		A_{2410}	24091			24097		A_{2424}					24239
A_{2397}					A_{2411}			24103	24107	24109	A_{2425}				24247	
A_{2398}	23971		23977		A_{2412}			24113			A_{2426}	24251				
A_{2399}	23981				A_{2413}	24121					A_{2427}					

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2428}					A_{2442}		24413		24419	A_{2456}	24551			
A_{2429}	24281				A_{2443}	24421				A_{2457}				
A_{2430}					A_{2444}				24439	A_{2458}	24571			
A_{2431}					A_{2445}		24443			A_{2459}				
A_{2432}			24317		A_{2446}					A_{2460}	24593			
A_{2433}				24329	A_{2447}				24469	A_{2461}				
A_{2434}			24337		A_{2448}		24473			A_{2462}	24611			
A_{2435}					A_{2449}	24481				A_{2463}	24623			
A_{2436}				24359	A_{2450}				24499	A_{2464}	24631			
A_{2437}					A_{2451}				24509	A_{2465}				
A_{2438}	24371	24373		24379	A_{2452}			24517		A_{2466}				24659
A_{2439}					A_{2453}			24527		A_{2467}				
A_{2440}	24391				A_{2454}		24533			A_{2468}	24671	24677		
A_{2441}			24407		A_{2455}			24547		A_{2469}	24683			

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{2498}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2470}	24691		24697		A_{2484}					A_{2498}	24971			24977	24979
A_{2471}				24709	A_{2485}	24841	24847			A_{2499}					24989
A_{2472}					A_{2486}	24851		24859		A_{2500}					
A_{2473}					A_{2487}					A_{2501}					
A_{2474}		24733			A_{2488}		24877			A_{2502}		25013			
A_{2475}				24749	A_{2489}			24889		A_{2503}					
A_{2476}					A_{2490}					A_{2504}	15031	25033	25037		
A_{2477}		24763	24767		A_{2491}		24907			A_{2505}					
A_{2478}					A_{2492}		24917	24919		A_{2506}			25057		
A_{2479}	24781				A_{2493}		24923			A_{2507}					
A_{2480}		24793		24799	A_{2494}					A_{2508}		25073			
A_{2481}			24809		A_{2495}		24943			A_{2509}			25087		
A_{2482}					A_{2496}		24953			A_{2510}			25097		
A_{2483}	24821				A_{2497}		24967			A_{2511}					

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2512}	25111		25117		A_{2526}		25253			A_{2540}	25391			
A_{2513}	25121		25127		A_{2527}	25261				A_{2541}				25409
A_{2514}					A_{2528}					A_{2542}	25411			
A_{2515}			25147		A_{2529}					A_{2543}		25423		
A_{2516}		25153			A_{2530}					A_{2544}				25439
A_{2517}		25163		25169	A_{2531}	25301	25303	25307	25309	A_{2545}			25447	
A_{2518}	25171				A_{2532}					A_{2546}		25453	25457	
A_{2519}			25183	25189	A_{2533}	25321				A_{2547}		25463		25469
A_{2520}					A_{2534}				25339	A_{2548}	25471			
A_{2521}					A_{2535}		25343		25349	A_{2549}				
A_{2522}				25219	A_{2536}			25357		A_{2550}				
A_{2523}				25229	A_{2537}			25367		A_{2551}				
A_{2524}			25237		A_{2538}		25373			A_{2552}				
A_{2525}		25243	25247		A_{2539}					A_{2553}		25523		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2554}			25537		A_{2558}		25673		25679	A_{2582}				25819
A_{2555}	25541				A_{2569}					A_{2583}				
A_{2556}					A_{2570}		25693			A_{2584}				
A_{2557}	25561				A_{2571}		25703			A_{2585}	25841		25847	25849
A_{2558}			25577	15579	A_{2572}			25717		A_{2586}				
A_{2559}		25583		25589	A_{2573}					A_{2587}			25867	
A_{2560}					A_{2574}		25733			A_{2588}		25873		
A_{2561}	25601	25603		25609	A_{2575}	25741		25747		A_{2589}				25889
A_{2562}					A_{2576}				25759	A_{2590}				
A_{2563}	25621				A_{2577}		25763			A_{2591}		25903		
A_{2564}		25633		25639	A_{2578}	25771				A_{2592}		25913		25919
A_{2565}		25643			A_{2579}					A_{2593}				
A_{2566}			25657		A_{2580}		25793		25799	A_{2594}	25931	25933		25939
A_{2567}			25667		A_{2581}	25801				A_{2595}		25943		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2596}	25951				A_{2610}					26099	A_{2624}			26237	
A_{2597}				25969	A_{2611}				26107		A_{2625}				26249
A_{2598}					A_{2612}	26111	26113			26119	A_{2626}	26251			
A_{2599}	25981				A_{2613}						A_{2627}	26261	26263	26267	
A_{2600}					A_{2614}						A_{2628}				
A_{2601}		26003			A_{2615}	26141					A_{2629}				
A_{2602}			26017		A_{2616}		26153				A_{2630}		26293	26297	
A_{2603}	26021			26029	A_{2617}	26161					A_{2631}				26309
A_{2604}					A_{2618}	26171		26177			A_{2632}			26317	
A_{2605}	26041				A_{2619}		26183			26189	A_{2633}	26321			
A_{2606}		26053			A_{2620}						A_{2634}				26339
A_{2607}					A_{2621}		26203			26209	A_{2635}			26347	
A_{2608}					A_{2622}						A_{2636}			26357	
A_{2609}		26083			A_{2623}			26227			A_{2637}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2638}	26371				A_{2652}		26513			A_{2666}				
A_{2639}			26387		A_{2653}					A_{2667}				26669
A_{2640}		26393		26399	A_{2654}				26539	A_{2668}				
A_{2641}			26407		A_{2655}					A_{2669}	26681	26683	26687	
A_{2642}			26417		A_{2656}			26557		A_{2670}		26693		26699
A_{2643}		26423			A_{2657}	26561				A_{2671}	26701			
A_{2644}	26431		26437		A_{2658}		26573			A_{2672}	26711	26713	26717	
A_{2645}				26449	A_{2659}					A_{2673}		26723		26729
A_{2646}				26459	A_{2660}	26591		26597		A_{2674}	26731		26737	
A_{2647}					A_{2661}					A_{2675}				
A_{2648}				26479	A_{2662}					A_{2676}				26759
A_{2649}				26489	A_{2663}			26627		A_{2677}				
A_{2650}			26497		A_{2664}		26633			A_{2678}			26777	
A_{2651}	26501				A_{2665}	26641		26647		A_{2679}		26783		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2680}					A_{2684}					A_{2708}		27073	27077	
A_{2681}	26801				A_{2685}			26947		A_{2709}				
A_{2682}		26813			A_{2686}	26951	26953		26959	A_{2710}	27091			
A_{2683}	26821				A_{2687}					A_{2711}		27103	27107	27109
A_{2684}		26833		26839	A_{2688}					A_{2712}				
A_{2685}				26849	A_{2689}	26981		26987		A_{2713}			27127	
A_{2686}					A_{2700}		26993			A_{2714}				
A_{2687}	26861	26863			A_{2701}					A_{2715}		27143		
A_{2688}				26879	A_{2702}	27011		27017		A_{2716}				
A_{2689}	26881				A_{2703}					A_{2717}				
A_{2690}	26891	26893			A_{2704}	27031				A_{2718}				27179
A_{2691}		26903			A_{2705}		27043			A_{2719}				
A_{2692}					A_{2706}				27059	A_{2720}	27191		27197	
A_{2693}	26921		26927		A_{2707}	27061		27067		A_{2721}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2722}	27211				A_{2736}					A_{2750}					
A_{2723}					A_{2737}	27361		27367		A_{2751}					27509
A_{2724}				27239	A_{2738}					A_{2752}					
A_{2725}	27241				A_{2739}					A_{2753}				27527	27529
A_{2726}		27253		27259	A_{2740}			27397		A_{2754}					27539
A_{2727}					A_{2741}			27407	27409	A_{2755}	27541				
A_{2728}	27271		27277		A_{2742}					A_{2756}	27551				
A_{2729}	27281	27283			A_{2743}			27427		A_{2757}					
A_{2730}				27299	A_{2744}	27431		27437		A_{2758}					
A_{2731}					A_{2745}				27449	A_{2759}	27581	27583			
A_{2732}					A_{2746}			27457		A_{2760}					
A_{2733}				27329	A_{2747}					A_{2761}					
A_{2734}			27337		A_{2748}				27479	A_{2762}	27611			27617	
A_{2735}					A_{2749}	27481		27487		A_{2763}					

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2764}	27631				A_{2778}		27773		27779	A_{2792}			27917	27919
A_{2765}			27647		A_{2779}					A_{2793}				
A_{2766}		27653			A_{2780}	27791	27793		27799	A_{2794}				
A_{2767}					A_{2781}		27803		27809	A_{2795}	27941	27943	27947	
A_{2768}		27673			A_{2782}			27817		A_{2796}		27953		
A_{2769}				27689	A_{2783}		27823	27827		A_{2797}	27961		27977	
A_{2770}	27691		27697		A_{2784}					A_{2798}				
A_{2771}	27701				A_{2785}			27847		A_{2799}		27983		
A_{2772}					A_{2786}	27851				A_{2800}			27997	
A_{2773}					A_{2787}					A_{2801}	28001			
A_{2774}		27733	27737	27739	A_{2788}					A_{2802}				28019
A_{2775}		27743		27749	A_{2789}		27883			A_{2803}			28027	
A_{2776}	27751				A_{2790}		27893			A_{2804}	28031			
A_{2777}		27763	27767		A_{2791}	27901				A_{2805}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2806}	28051		28057			A_{2820}						A_{2834}				
A_{2807}				28069		A_{2821}	28201					A_{2835}				28349
A_{2808}						A_{2822}	28211			28219		A_{2836}	28351			
A_{2809}	28081		28087			A_{2823}				28229		A_{2837}				
A_{2810}						A_{2824}						A_{2838}				
A_{2811}						A_{2825}						A_{2839}		28387		
A_{2812}	28111			28109		A_{2826}						A_{2840}	28393			
A_{2813}		28123				A_{2827}						A_{2841}	28403			28409
A_{2814}						A_{2828}			28277	28279		A_{2842}	28411			
A_{2815}						A_{2829}		28283		28289		A_{2843}				28429
A_{2816}	28151					A_{2830}			28297			A_{2844}	28433			28439
A_{2817}		28163				A_{2831}			28307	28309		A_{2845}		28447		
A_{2818}						A_{2832}				28319		A_{2846}				
A_{2819}	28181	28183				A_{2833}						A_{2847}	28463			

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{2876}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2848}			28477		A_{2862}				28619		A_{2876}	28751	28753		28759
A_{2849}					A_{2863}	28621		28627			A_{2877}				
A_{2850}		28493		28499	A_{2864}	28631					A_{2878}	28771			
A_{2851}					A_{2865}		28643		28649		A_{2879}				28789
A_{2852}		28513	18517		A_{2866}			28657			A_{2880}		28793		
A_{2853}					A_{2867}	28661	28663		28669		A_{2881}			28807	
A_{2854}			28537		A_{2868}						A_{2882}		28813	28817	
A_{2855}	28541		28547	28549	A_{2869}			28687			A_{2883}				
A_{2856}				28559	A_{2870}			28697			A_{2884}			28837	
A_{2857}					A_{2871}		28703				A_{2885}		28843		
A_{2858}	28571	28573		28579	A_{2872}	28711					A_{2886}				28859
A_{2859}					A_{2873}		28723		28729		A_{2887}			28867	
A_{2860}	28591		28597		A_{2874}						A_{2888}	28871			28879
A_{2861}		28603	28607		A_{2875}						A_{2889}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2890}					A_{2904}		29033			A_{2918}		29173		29179
A_{2891}	28901			28909	A_{2905}					A_{2919}				
A_{2892}					A_{2906}				29059	A_{2920}	29191			
A_{2893}	28921		28927		A_{2907}		29063			A_{2921}	29201		29207	29209
A_{2894}		28933			A_{2908}			29077		A_{2922}				
A_{2895}				28949	A_{2909}					A_{2923}	29221			
A_{2896}					A_{2910}					A_{2924}	29231			
A_{2897}	28961				A_{2911}	29101				A_{2925}		29243		
A_{2898}				28979	A_{2912}					A_{2926}	29251			
A_{2899}					A_{2913}		29123		29129	A_{2927}				29269
A_{2900}					A_{2914}	29131		29137		A_{2928}				
A_{2901}				29009	A_{2915}			29147		A_{2929}			29287	
A_{2902}			29017		A_{2916}		29153			A_{2930}			29297	
A_{2903}	29021	29023	29027		A_{2917}			29167		A_{2931}		29303		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2932}	29311				A_{2946}			29453			A_{2960}					29599
A_{2933}			29327		A_{2947}						A_{2961}					
A_{2934}		29333		29339	A_{2948}			29473			A_{2962}	29611				
A_{2935}			29347		A_{2949}			29483			A_{2963}					29629
A_{2936}					A_{2950}						A_{2964}		29633			
A_{2937}		29363			A_{2951}	29501					A_{2965}	29641				
A_{2938}					A_{2952}						A_{2966}					
A_{2939}		29383	29387	29389	A_{2953}				29527		A_{2967}		29663			29669
A_{2940}				29399	A_{2954}	29531			29537		A_{2968}	29671				
A_{2941}	29401				A_{2955}						A_{2969}		29683			
A_{2942}	29411				A_{2956}						A_{2970}					
A_{2943}		29423		29429	A_{2957}				29567	29569	A_{2971}					
A_{2944}			29437		A_{2958}			29573			A_{2972}				29717	
A_{2945}		29443			A_{2959}	29581			29587		A_{2973}		29723			

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{2974}					A_{2988}		29873		29879	A_{3002}	30011	30013		
A_{2975}	29741				A_{2989}	29881				A_{3003}				30029
A_{2976}		29753		29759	A_{2990}					A_{3004}				
A_{2977}	29761				A_{2991}					A_{3005}			30047	
A_{2978}					A_{2992}		29917			A_{3006}				30059
A_{2979}				29789	A_{2993}	29921	29927			A_{3007}				
A_{2980}					A_{2994}					A_{3008}	30071			
A_{2981}		29803			A_{2995}		29947			A_{3009}				30089
A_{2982}				29819	A_{2996}				29959	A_{3010}	30091		30097	
A_{2983}					A_{2997}					A_{3011}		30103		30109
A_{2984}		29833	29837		A_{2998}					A_{3012}	30113		30119	
A_{2985}					A_{2999}		29983		29989	A_{3013}				
A_{2986}	29851				A_{3000}					A_{3014}		30133	30137	30139
A_{2987}		29863	29867		A_{3001}					A_{3015}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3016}					A_{3030}		30293			A_{3044}	30431			
A_{3017}	30161			30169	A_{3031}			30307		A_{3045}				30449
A_{3018}					A_{3032}		30313		30319	A_{3046}				
A_{3019}	30181		30187		A_{3033}		30323			A_{3047}			30467	30469
A_{3020}			30197		A_{3034}					A_{3048}				
A_{3021}		30203			A_{3035}	30341		30347		A_{3049}				
A_{3022}	30211				A_{3036}					A_{3050}	30491	30493	30497	
A_{3023}		30223			A_{3037}			30367		A_{3051}				30509
A_{3024}					A_{3038}					A_{3052}			30517	
A_{3025}	30241				A_{3039}				30389	A_{3053}				30529
A_{3026}		30253		30259	A_{3040}	30391				A_{3054}				30539
A_{3027}				30269	A_{3041}		30403			A_{3055}				
A_{3028}	30271				A_{3042}					A_{3056}		30553	30557	30559
A_{3029}					A_{3043}			30427		A_{3057}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3038}			30577		A_{3072}		30713			A_{3086}	30851	30853		30859
A_{3039}					A_{3073}			30727		A_{3087}				30869
A_{3040}		30593			A_{3074}					A_{3088}	30871			
A_{3041}					A_{3075}					A_{3089}	30881			
A_{3042}					A_{3076}			30757		A_{3090}		30893		
A_{3043}					A_{3077}		30763			A_{3091}				
A_{3044}	30631		30637		A_{3078}		30773			A_{3092}	30911			
A_{3045}		30643		30649	A_{3079}	30781				A_{3093}				
A_{3046}					A_{3080}					A_{3094}	30931		30937	
A_{3047}	30661				A_{3081}		30803		30809	A_{3095}	30941			30949
A_{3048}	30671		30677		A_{3082}			30817		A_{3096}				
A_{3049}				30689	A_{3083}				30829	A_{3097}				
A_{3070}			30697		A_{3084}				30839	A_{3098}	30971		30977	
A_{3071}		30703	30707		A_{3085}	30841				A_{3099}		30983		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3100}					A_{3114}				31139	A_{3128}	31271		31277	
A_{3101}					A_{3115}			31147		A_{3129}				
A_{3102}		31013		31019	A_{3116}	31151	31153		31159	A_{3130}				
A_{3103}					A_{3117}					A_{3131}			31307	
A_{3104}		31033		31039	A_{3118}			31177		A_{3132}				31319
A_{3105}					A_{3119}	31181	31183		31189	A_{3133}	31321		31327	
A_{3106}	31051				A_{3120}		31193			A_{3134}		31333	31337	
A_{3107}		31063		31069	A_{3121}					A_{3135}				
A_{3108}				31079	A_{3122}				31219	A_{3136}			31357	
A_{3109}	31081				A_{3123}		31223			A_{3137}				
A_{3110}	31091				A_{3124}	31231		31237		A_{3138}				31379
A_{3111}					A_{3125}			31247	31249	A_{3139}			31387	
A_{3112}					A_{3126}		31253		31259	A_{3140}	31391	31393	31397	
A_{3113}	31121	31123			A_{3127}			31267		A_{3141}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3142}					A_{3156}					A_{3170}				31699
A_{3143}					A_{3157}			31567		A_{3171}				
A_{3144}					A_{3158}		31573			A_{3172}				
A_{3145}					A_{3159}		31583			A_{3173}	31721	31723	31727	31729
A_{3146}					A_{3160}					A_{3174}				
A_{3147}				31469	A_{3161}	31601		31607		A_{3175}	31741			
A_{3148}			31477		A_{3162}					A_{3176}	31751			
A_{3149}	31481			31489	A_{3163}			31627		A_{3177}				31769
A_{3150}					A_{3164}					A_{3178}	31771			
A_{3151}					A_{3165}		31643		31649	A_{3179}				
A_{3152}	31511	31513	31517		A_{3166}			31657		A_{3180}		31793		31799
A_{3153}					A_{3167}		31663	31667		A_{3181}				
A_{3154}	31531				A_{3168}					A_{3182}			31817	
A_{3155}	31541	31543	31547		A_{3169}			31687		A_{3183}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3184}					A_{3198}		31973			A_{3212}			32117	32119
A_{3185}			31847	31849	A_{3199}	31981				A_{3213}				
A_{3186}				31859	A_{3200}	31991				A_{3214}				
A_{3187}					A_{3201}		32003		32009	A_{3215}	32141	32143		
A_{3188}		31873			A_{3202}					A_{3216}				32159
A_{3189}		31883			A_{3203}			32027	32029	A_{3217}				
A_{3190}	31891				A_{3204}					A_{3218}		32173		
A_{3191}			31907		A_{3205}					A_{3219}		32183		32189
A_{3192}					A_{3206}	32051		32057	32059	A_{3220}	32191			
A_{3193}					A_{3207}		32063		32069	A_{3221}		32203		
A_{3194}					A_{3208}			32077		A_{3222}		32213		
A_{3195}					A_{3209}		32083		32089	A_{3223}				
A_{3196}			31957		A_{3210}				32099	A_{3224}		32233	32237	
A_{3197}		31963			A_{3211}					A_{3225}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3226}	32251		32257		A_{3240}					A_{3254}	32531	32533	32537	
A_{3227}	32261				A_{3241}	32401				A_{3255}				
A_{3228}					A_{3242}	32411	32413			A_{3256}				
A_{3229}					A_{3243}		32423		32429	A_{3257}	32561	32563		32569
A_{3230}			32297	32299	A_{3244}					A_{3258}		32573		32579
A_{3231}		32303		32309	A_{3245}	32441	32443			A_{3259}			32587	
A_{3232}					A_{3246}					A_{3260}				
A_{3233}	32321	32323	32327		A_{3247}			32467		A_{3261}		32603		32609
A_{3234}					A_{3248}				32479	A_{3262}	32611			
A_{3235}	32341				A_{3249}					A_{3263}	32621			
A_{3236}		32353		32359	A_{3250}	32491		32497		A_{3264}		32633		
A_{3237}		32363		32369	A_{3251}		32503	32507		A_{3265}			32647	
A_{3238}	32371		32377		A_{3252}					A_{3266}		32653		
A_{3239}	32381				A_{3253}					A_{3267}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3268}					A_{3282}					A_{3296}			32957	
A_{3269}			32687		A_{3283}					A_{3297}				32969
A_{3270}		32693			A_{3284}	32831	32833		32839	A_{3298}	32971			
A_{3271}			32707		A_{3285}		32843			A_{3299}		32983	32987	
A_{3272}		32713	32117	32719	A_{3286}					A_{3300}		32993		32999
A_{3273}					A_{3287}				32869	A_{3301}				
A_{3274}					A_{3288}					A_{3302}		33013		
A_{3275}				32749	A_{3289}			32887		A_{3303}		33023		33029
A_{3276}					A_{3290}					A_{3304}			33037	
A_{3277}					A_{3291}				32909	A_{3305}				33049
A_{3278}	32771			32779	A_{3292}	32911		32917		A_{3306}		33053		
A_{3279}		32783		32789	A_{3293}					A_{3307}				
A_{3280}			32797		A_{3294}		32933		32939	A_{3308}	33071	33073		
A_{3281}	32801	32803			A_{3295}	32941				A_{3309}		33083		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3310}	33091				A_{3324}					A_{3338}			33377	
A_{3311}			33107		A_{3325}			33247		A_{3339}				
A_{3312}		33113		33119	A_{3326}					A_{3340}	33391			
A_{3313}					A_{3327}					A_{3341}		33403		33409
A_{3314}					A_{3328}					A_{3342}		33413		
A_{3315}				33149	A_{3329}			33287	33289	A_{3343}			33427	
A_{3316}	33151				A_{3330}					A_{3344}				
A_{3317}	33161				A_{3331}	33301				A_{3345}				
A_{3318}				33179	A_{3332}	33311		33317		A_{3346}			33457	
A_{3319}	33181				A_{3333}				33329	A_{3347}	33461			33469
A_{3320}	33191			33199	A_{3334}	33331				A_{3348}				33479
A_{3321}		33203			A_{3335}			33343	33349	A_{3349}			33487	
A_{3322}	33211				A_{3336}			33353	33359	A_{3350}		33493		
A_{3323}		33223			A_{3337}					A_{3351}		33503		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3352}	33521			33529	A_{3356}					A_{3380}	33791		33797	
A_{3353}					A_{3367}					A_{3381}				33809
A_{3354}		33533			A_{3368}				33679	A_{3382}	33811			
A_{3355}			33547		A_{3369}					A_{3383}			33827	33829
A_{3356}					A_{3370}					A_{3384}				
A_{3357}		33563		33569	A_{3371}		33703			A_{3385}				
A_{3358}			33577		A_{3372}		33713			A_{3386}	33851		33857	
A_{3359}	33581		33587	33589	A_{3373}	33721				A_{3387}		33863		
A_{3360}				33599	A_{3374}				33739	A_{3388}	33871			
A_{3361}	33601				A_{3375}				33749	A_{3389}				33889
A_{3362}		33613	33617	33619	A_{3376}	33751		33757		A_{3390}		33893		
A_{3363}		33623		33629	A_{3377}			33767	33769	A_{3391}				
A_{3364}			33627		A_{3378}		33773			A_{3392}	33911			
A_{3365}	33641		33647		A_{3379}					A_{3393}		33923		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{3422}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3394}	33931		33937		A_{3408}					A_{3422}	34211	34213	34217		
A_{3395}	33941				A_{3409}					A_{3423}					
A_{3396}					A_{3410}					A_{3424}	34231				
A_{3397}	33961		33967		A_{3411}					A_{3425}					
A_{3398}					A_{3412}					A_{3426}		34253			34259
A_{3399}					A_{3413}		34123	34127	34129	A_{3427}	34261		34267		
A_{3400}			33997		A_{3414}					A_{3428}		34273			
A_{34001}					A_{3415}	34141		34147		A_{3429}		34283			
A_{3402}				34019	A_{3416}			34157	34159	A_{3430}			34297		
A_{3403}					A_{3417}					A_{3431}	34301	34303			
A_{3404}	34031	34033		34039	A_{3418}	34171				A_{3432}		34313		34319	
A_{3405}					A_{3419}		34183			A_{3433}			34327		
A_{3406}			34057		A_{3420}					A_{3434}			34337		
A_{3407}	34061				A_{3421}					A_{3435}					

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3436}	34351				A_{3450}				34499	A_{3464}	34631			
A_{3437}	34361		34367	34369	A_{3451}	34501				A_{3465}				34649
A_{3438}					A_{3452}	34511	34513		34519	A_{3466}	34651			
A_{3439}	34381				A_{3453}					A_{3467}			34667	
A_{3440}					A_{3454}			34537		A_{3468}		34673		34679
A_{3441}		34403			A_{3455}		34543		34549	A_{3469}			34687	
A_{3442}					A_{3456}					A_{3470}		34693		
A_{3443}	34421			34429	A_{3457}					A_{3471}		34703		
A_{3444}				34439	A_{3458}					A_{3472}				
A_{3445}					A_{3459}		34583		34589	A_{3473}	34721			34729
A_{3446}			34457		A_{3460}	34591				A_{3474}				34739
A_{3447}				34469	A_{3461}		34603	34607		A_{3475}			34747	
A_{3448}	34471				A_{3462}		34613			A_{3476}			34757	34759
A_{3449}		34483	34487		A_{3463}					A_{3477}		34763		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3478}					A_{3482}		34913		34919	A_{3506}	35051	35053		35059
A_{3479}	34781				A_{3483}					A_{3507}				35069
A_{3480}					A_{3484}				34939	A_{3508}				
A_{3481}			34807		A_{3485}				34949	A_{3509}	35081	35083		35089
A_{3482}				34819	A_{3486}					A_{3510}				35099
A_{3483}					A_{3487}	34961	34963			A_{3511}			35107	
A_{3484}					A_{3488}					A_{3512}	35111		35117	
A_{3485}	34841	34843	34847	34849	A_{3489}	34981				A_{3513}				35129
A_{3486}					A_{3500}					A_{3514}				
A_{3487}					A_{3501}					A_{3515}	35141			35149
A_{3488}	34871		34877		A_{3502}					A_{3516}		35153		35159
A_{3489}		34883			A_{3503}		35023	35027		A_{3517}				
A_{3490}			34897		A_{3504}					A_{3518}	35171			
A_{3491}					A_{3505}					A_{3519}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3520}					A_{3534}				35339	A_{3548}					
A_{3521}	35201				A_{3535}					A_{3549}					
A_{3522}					A_{3536}					A_{3550}	35491				
A_{3523}	35221		35227		A_{3537}					A_{3551}				35507	35509
A_{3524}					A_{3538}					A_{3552}					
A_{3525}					A_{3539}	35381				A_{3553}	35521			35527	
A_{3526}	35251		35257		A_{3540}					A_{3554}	35531	35533		35537	
A_{3527}			35267		A_{3541}	35401		35407		A_{3555}		35543			
A_{3528}				35279	A_{3542}				35419	A_{3556}					
A_{3529}	35281				A_{3543}					A_{3557}					35569
A_{3530}	35291				A_{3544}			35437		A_{3558}		35573			
A_{3531}					A_{3545}			35447	35449	A_{3559}					
A_{3532}	35311		35317		A_{3546}					A_{3560}	35591	35593		35597	
A_{3533}		35323	35327		A_{3547}	35461				A_{3561}		35603			

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3562}			35617		A_{3576}		35753		35759	A_{3590}			35897	35899
A_{3563}					A_{3577}					A_{3591}				
A_{3564}					A_{3578}	35771				A_{3592}	35911			
A_{3565}					A_{3579}					A_{3593}		35923		
A_{3566}					A_{3580}			35797		A_{3594}		35933		
A_{3567}					A_{3581}	35801	35803		35809	A_{3595}				
A_{3568}	35671		35677		A_{3582}					A_{3596}	35951			
A_{3569}					A_{3583}					A_{3597}		35963		35969
A_{3570}					A_{3584}	35831		35837	35839	A_{3598}			35977	
A_{3571}					A_{3585}					A_{3599}		35983		
A_{3572}					A_{3586}	35851				A_{3600}		35993		35999
A_{3573}				35729	A_{3587}		35863		35869	A_{3601}			36007	
A_{3574}	35731				A_{3588}				35879	A_{3602}	36011	36013	36017	
A_{3575}			35747		A_{3589}					A_{3603}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3604}			36037		A_{3618}					A_{3632}		36313		36319
A_{3605}					A_{3619}			36187		A_{3633}				
A_{3606}					A_{3620}	36191				A_{3634}				
A_{3607}	36061		36067		A_{3621}				36209	A_{3635}	36341	36343		
A_{3608}		36073			A_{3622}			36217		A_{3636}		36353		
A_{3609}		36083			A_{3623}				36229	A_{3637}				
A_{3610}			36097		A_{3624}					A_{3638}		36373		
A_{3611}			36107	36109	A_{3625}	36241				A_{3639}		36383		36389
A_{3612}					A_{3626}	36251				A_{3640}				
A_{3613}					A_{3627}		36263		36269	A_{3641}				
A_{3614}	36131		36137		A_{3628}			36277		A_{3642}				
A_{3615}					A_{3629}					A_{3643}				
A_{3616}	36151				A_{3630}		36293		36299	A_{3644}		36433		
A_{3617}	36161				A_{3631}			36307		A_{3645}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3646}	36451		36457		A_{3660}				36599	A_{3674}				36739
A_{3647}			36467	36469	A_{3661}			36607		A_{3675}				36749
A_{3648}		36473		36479	A_{3662}					A_{3676}				
A_{3649}					A_{3663}				36629	A_{3677}	36761		36767	
A_{3650}		36493	36497		A_{3664}			36637		A_{3678}				36779
A_{3651}					A_{3665}		36643			A_{3679}	36781		36787	
A_{3652}					A_{3666}		36653			A_{3680}	36791	36793		
A_{3653}		36523	36527	36529	A_{3667}					A_{3681}				36809
A_{3654}					A_{3668}	36671		46677		A_{3682}				
A_{3655}	36541				A_{3669}		36683			A_{3683}	36821			
A_{3656}	36551			36559	A_{3670}	36691		36697		A_{3684}		36833		
A_{3657}		36563			A_{3671}				36709	A_{3685}			36847	
A_{3658}	36571				A_{3672}		36713			A_{3686}			36857	
A_{3659}		36583	36587		A_{3673}	36721				A_{3687}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3688}	36871		36877		A_{3702}		37013		37019	A_{3716}				37159
A_{3689}			36887		A_{3703}	37021				A_{3717}				
A_{3690}				36899	A_{3704}				37039	A_{3718}	37171			
A_{3691}	36901				A_{3705}				37049	A_{3719}	37181			37189
A_{3692}		36913		36919	A_{3706}			37057		A_{3720}				37199
A_{3693}		36923		36929	A_{3707}	37061				A_{3721}	37201			
A_{3694}	36931				A_{3708}					A_{3722}		37217		
A_{3695}		36943	36947		A_{3709}			37087		A_{3723}		37223		
A_{3696}					A_{3710}			37097		A_{3724}				
A_{3697}					A_{3711}					A_{3725}		37243		
A_{3698}		36973		36979	A_{3712}			37117		A_{3726}		37253		
A_{3699}					A_{3713}		37123			A_{3727}				
A_{3700}			36997		A_{3714}				37139	A_{3728}		37273	37277	
A_{3701}		37003			A_{3715}					A_{3729}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3730}					A_{3744}					A_{3758}	37571	37573		37579
A_{3731}			37307	37309	A_{3745}	37441		37447		A_{3759}				37589
A_{3732}		37313			A_{3746}					A_{3760}	37591			
A_{3733}	37321				A_{3747}		37463			A_{3761}			37607	
A_{3734}			37337	37339	A_{3748}					A_{3762}				37619
A_{3735}					A_{3749}		37483		37489	A_{3763}				
A_{3736}			37357		A_{3750}		37493			A_{3764}		37633		
A_{3737}	37361	37363		37369	A_{3751}	37501		37507		A_{3765}		37643		37649
A_{3738}				37379	A_{3752}	37511		37517		A_{3766}			37657	
A_{3739}					A_{3753}				37529	A_{3767}		37663		
A_{3740}			37397		A_{3754}			37537		A_{3768}				
A_{3741}				37409	A_{3755}			37547	37549	A_{3769}				
A_{3742}					A_{3756}					A_{3770}	37691	37693		37699
A_{3743}		37423			A_{3757}	37561		37567		A_{3771}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3772}			37717		A_{3786}		37853			A_{3800}	37991	37993	37997	
A_{3773}					A_{3787}	37861				A_{3801}				
A_{3774}					A_{3788}	37871			37879	A_{3802}	38011			
A_{3775}			37747		A_{3789}				37889	A_{3803}				
A_{3776}					A_{3790}			37897		A_{3804}				38039
A_{3777}					A_{3791}			37907		A_{3805}			38047	
A_{3778}					A_{3792}					A_{3806}		38053		
A_{3779}	37781	37783			A_{3793}					A_{3807}				38069
A_{3780}				37799	A_{3794}					A_{3808}				
A_{3781}					A_{3795}					A_{3809}		38083		
A_{3782}	37811	37813			A_{3796}	37951		37957		A_{3810}				
A_{3783}					A_{3797}		37963	37967		A_{3811}				
A_{3784}	37831				A_{3798}					A_{3812}		38113		38119
A_{3785}	-		37847		A_{3799}			37987		A_{3813}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3814}					A_{3828}		38273			A_{3842}				
A_{3815}				38149	A_{3829}	38281		38287		A_{3843}				
A_{3816}		38153			A_{3830}				38299	A_{3844}	38431			
A_{3817}			38167		A_{3831}		38303			A_{3845}		38447	38449	
A_{3818}			38177		A_{3832}			38317		A_{3846}		38453		38459
A_{3819}		38183		38189	A_{3833}	38321		38327	38329	A_{3847}	38461			
A_{3820}			38197		A_{3834}		38333			A_{3848}				
A_{3821}	38201				A_{3835}					A_{3849}				
A_{3822}					A_{3836}	38351				A_{3850}				
A_{3823}				38219	A_{3837}					A_{3851}	38501			
A_{3824}	38231		38237	38239	A_{3838}	38371		38377		A_{3852}		38543		
A_{3825}					A_{3839}					A_{3853}			38557	
A_{3826}					A_{3840}		38393			A_{3854}				
A_{3827}	38261				A_{3841}					A_{3855}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3856}					A_{3870}		38693		38699	A_{3884}		38833		38839
A_{3857}	38561		38567	38569	A_{3871}			38707		A_{3885}				
A_{3858}					A_{3872}	38711	38713			A_{3886}	38851			
A_{3859}					A_{3873}		38723		38729	A_{3887}	38861		38867	
A_{3860}		38593			A_{3874}			38737		A_{3888}		38873		
A_{3861}		38603		38609	A_{3875}			38747	38749	A_{3889}				
A_{3862}	38611				A_{3876}					A_{3890}	38891			
A_{3863}				38629	A_{3877}			38767		A_{3891}		38903		
A_{3864}				38639	A_{3878}					A_{3892}			38917	
A_{3865}					A_{3879}		38783			A_{3893}	38921	38923		
A_{3866}	38651	38653			A_{3880}	38791				A_{3894}		38933		
A_{3867}				38669	A_{3881}		38803			A_{3895}				
A_{3868}	38671		38677		A_{3882}					A_{3896}		38953		38959
A_{3869}					A_{3883}	38821				A_{3897}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3898}	38971		38977		A_{3912}		39113		39119	A_{3926}	39251			
A_{3899}					A_{3913}					A_{3927}				
A_{3900}	38993				A_{3914}		39133		39139	A_{3928}				
A_{3901}					A_{3915}					A_{3929}				
A_{3902}				39019	A_{3916}			39157		A_{3930}		39293		
A_{3903}		39023			A_{3917}	39161	39163			A_{3931}	39301			
A_{3904}					A_{3918}					A_{3932}		39313	39317	
A_{3905}	39041	39043	39047		A_{3919}	39181				A_{3933}		39323		
A_{3906}					A_{3920}	39191			39199	A_{3934}				
A_{3907}					A_{3921}				39209	A_{3935}	39341	39343		
A_{3908}				39079	A_{3922}			39217		A_{3936}				39359
A_{3909}				39089	A_{3923}			39227	39229	A_{3937}			39367	
A_{3910}			39097		A_{3924}		39233		39239	A_{3938}	39371	39373		
A_{3911}		39103	39107		A_{3925}	39241				A_{3939}		39383		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3940}			39397		A_{3954}					A_{3968}	39671			39679
A_{3941}				39409	A_{3955}	39541				A_{3969}				
A_{3942}				39419	A_{3956}	39551				A_{3970}				
A_{3943}					A_{3957}		39563		39569	A_{3971}		39703		39709
A_{3944}				39439	A_{3958}					A_{3972}				39719
A_{3945}		39443			A_{3959}	39581				A_{3973}			39727	
A_{3946}	39451				A_{3960}					A_{3974}		39733		
A_{3947}	39461				A_{3961}			39607		A_{3975}				39749
A_{3948}					A_{3962}				39619	A_{3976}				
A_{3949}					A_{3963}		39623			A_{3977}	39761			39769
A_{3950}	.			39499	A_{3964}	39631				A_{3978}				39779
A_{3951}		39503		39509	A_{3965}					A_{3979}				
A_{3952}	39511				A_{3966}				39659	A_{3980}	39791			39799
A_{3953}	39521				A_{3967}			39667		A_{3981}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9
A_{3982}					A_{3996}			39953			A_{4010}			40093		40099
A_{3983}	39821		39827	39829	A_{3997}						A_{4011}					
A_{3984}				39839	A_{3998}	39971				39979	A_{4012}	40111				
A_{3985}	39841		39847		A_{3999}			39983		39989	A_{4013}			40123	40127	40129
A_{3986}			39857		A_{4000}						A_{4014}					
A_{3987}		39863		39869	A_{4001}					40009	A_{4015}					
A_{3988}			39877		A_{4002}			40013			A_{4016}	40151	40153			
A_{3989}		39883	39887		A_{4003}						A_{4017}		40163			40169
A_{3990}					A_{4004}	40031			40037	40039	A_{4018}				40177	
A_{3991}	39901				A_{4005}						A_{4019}					40189
A_{3992}					A_{4006}						A_{4020}		40193			
A_{3993}				39929	A_{4007}			40063			A_{4021}					
A_{3994}			39937		A_{4008}						A_{4022}		40213			
A_{3995}					A_{4009}				40087		A_{4023}					

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{4052}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4024}	40231		40237		A_{4038}					A_{4052}					40519
A_{4025}	40241				A_{4039}			40387		A_{4053}					40529
A_{4026}		40253			A_{4040}					A_{4054}	40531				
A_{4027}					A_{4041}					A_{4055}		40543			
A_{4028}			40277		A_{4042}					A_{4056}					40559
A_{4029}		40283		40289	A_{4043}		40423	40427	40429	A_{4057}					
A_{4030}					A_{4044}		40433			A_{4058}				40577	
A_{4031}					A_{4045}				40459	A_{4059}		40583			
A_{4032}					A_{4046}					A_{4060}	40591			40597	
A_{4033}					A_{4047}					A_{4061}					40609
A_{4034}					A_{4048}	40471				A_{4062}					
A_{4035}		40343			A_{4049}		40483	40487		A_{4063}				40627	
A_{4036}	40351		40357		A_{4050}		40493		40499	A_{4064}				40637	40639
A_{4037}	40361				A_{4051}			40507		A_{4065}					

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4066}					A_{4080}					A_{4094}		40933		40939
A_{4067}					A_{4081}	40801				A_{4095}				40949
A_{4068}					A_{4082}		40813		40819	A_{4096}				
A_{4069}					A_{4083}		40823		40829	A_{4097}	40961			
A_{4070}		40693	40697	40699	A_{4084}					A_{4098}		40973		
A_{4071}				40709	A_{4085}	40841		40847	40849	A_{4099}				
A_{4072}					A_{4086}		40853			A_{4100}		40993		
A_{4073}					A_{4087}			40867		A_{4101}				
A_{4074}				40739	A_{4088}				40879	A_{4102}	41011		41017	
A_{4075}					A_{4089}		40883			A_{4103}		41023		
A_{4076}	40751			40759	A_{4090}			40897		A_{4104}				41039
A_{4077}		40763			A_{4091}		40903			A_{4105}			41047	
A_{4078}	40771				A_{4092}					A_{4106}	41051		41057	
A_{4079}			40787		A_{4093}			40927		A_{4107}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{4136}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4108}			41077		A_{4122}		41213			A_{4137}	41351			41357	
A_{4109}	41081				A_{4123}	41221		41227							
A_{4110}					A_{4124}	41231	41233			A_{4138}					
A_{4111}					A_{4125}		41243			A_{4139}	41381			41387	41389
A_{4112}					A_{4126}			41257		A_{4140}					41399
A_{4113}			41117		A_{4127}		41263		41269	A_{4141}					
A_{4114}	41131				A_{4128}					A_{4142}	41411	41413			
A_{4115}	41141	41143		41149	A_{4129}	41281				A_{4143}					
A_{4116}					A_{4130}				41299	A_{4144}					
A_{4117}	41161				A_{4131}					A_{4145}		41443			
A_{4118}			41177	41179	A_{4132}					A_{4146}		41453			
A_{4119}		41183		41189	A_{4133}					A_{4147}				41467	
A_{4120}					A_{4134}		41333			A_{4148}					41479
A_{4121}	41201	41203			A_{4135}	41341				A_{4149}					

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4150}	41491				A_{4164}					A_{4178}	41771		41777	
A_{4151}			41507		A_{4165}	41641		41647		A_{4179}				
A_{4152}		41513		41519	A_{4166}	41651			41659	A_{4180}				
A_{4153}	41521				A_{4167}				41669	A_{4181}	41801			41809
A_{4154}				41539	A_{4168}					A_{4182}		41813		
A_{4155}		41543		41549	A_{4169}	41681		41687		A_{4183}				
A_{4156}					A_{4170}					A_{4184}				
A_{4157}					A_{4171}					A_{4185}		41843		41849
A_{4158}				41579	A_{4172}				41719	A_{4186}	41851			
A_{4159}					A_{4173}				41729	A_{4187}		41863		
A_{4160}		41593	41597		A_{4174}			41737		A_{4188}				41879
A_{4161}		41603		41609	A_{4175}					A_{4189}			41887	
A_{4162}	41611		41617		A_{4176}				41759	A_{4190}		41893	41897	
A_{4163}	41621		41627		A_{4177}	41761				A_{4191}		41903		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4192}	41911				A_{4206}					A_{4220}		42193	42197	
A_{4193}			41927		A_{4207}	42061				A_{4221}				42209
A_{4194}					A_{4208}	42071	42073			A_{4222}				
A_{4195}	41941		41947		A_{4209}		42083		42089	A_{4223}	42221	42223	42227	
A_{4196}		41953	41957	41959	A_{4210}					A_{4224}				42239
A_{4197}				41969	A_{4211}	42101				A_{4225}				
A_{4198}					A_{4212}					A_{4226}			42257	
A_{4199}	41981	41983			A_{4213}					A_{4227}				
A_{4200}				41999	A_{4214}	42131			42139	A_{4228}				
A_{4201}					A_{4215}					A_{4229}	42281	42283		
A_{4202}		42013	42017	42019	A_{4216}			42157		A_{4230}		42293		42299
A_{4203}		42023			A_{4217}				42169	A_{4231}			42307	
A_{4204}					A_{4218}				42179	A_{4232}				
A_{4205}		42043			A_{4219}	42181		42187		A_{4233}		42323		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9		A_{4262}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4234}	42331		42337		A_{4248}			42473				A_{4262}	42611			
A_{4235}				42349	A_{4249}				42487			A_{4263}				
A_{4236}				42359	A_{4250}	42491				42499		A_{4264}				
A_{4237}					A_{4251}					42509		A_{4265}	42641	42643		42649
A_{4238}		42373		42379	A_{4252}							A_{4266}				
A_{4239}					A_{4253}							A_{4267}		42667		
A_{4240}	42391		42397		A_{4254}		42533					A_{4268}		42677		
A_{4241}		42403	42407	42409	A_{4255}							A_{4269}	42683			42689
A_{4242}					A_{4256}				42557			A_{4270}		42697		
A_{4243}					A_{4257}					42569		A_{4271}	42701	42703		42709
A_{4244}		42433	42437		A_{4258}	42571			42577			A_{4272}				42719
A_{4245}		42443			A_{4259}					42589		A_{4273}		42727		
A_{4246}	42451		42457		A_{4260}							A_{4274}		42737		
A_{4247}	42461	42463	42467		A_{4261}							A_{4275}		42743		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4276}	42751				A_{4290}				42899	A_{4304}				43049
A_{4277}			42767		A_{4291}	42901				A_{4305}				
A_{4278}		42773			A_{4292}					A_{4306}	43051			
A_{4279}			42787		A_{4293}		42923		42929	A_{4307}		43063	43067	
A_{4280}		42793	42797		A_{4294}			42937		A_{4308}				
A_{4281}					A_{4295}		42943			A_{4309}				
A_{4282}					A_{4296}		42953			A_{4310}		43093		
A_{4283}	42821			42829	A_{4297}	42961		42967		A_{4311}		43103		
A_{4284}				42839	A_{4298}				42979	A_{4312}			43117	
A_{4285}	42841				A_{4299}				42989	A_{4313}				
A_{4286}		42853		42859	A_{4300}					A_{4314}		43133		
A_{4287}		42863			A_{4301}		43003			A_{4315}				
A_{4288}					A_{4302}		43013		43019	A_{4316}	43151			34159
A_{4289}					A_{4303}			43037		A_{4317}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4318}			43177		A_{4332}		43313		43319	A_{4346}	43451		43457	
A_{4319}				43189	A_{4333}	43321				A_{4347}				
A_{4320}					A_{4334}	43331				A_{4348}				
A_{4321}	43201		43207		A_{4335}					A_{4349}	43481	43487		
A_{4322}					A_{4336}					A_{4350}				43499
A_{4323}		43223			A_{4337}					A_{4351}				
A_{4324}			43237		A_{4338}					A_{4352}		43517		
A_{4325}					A_{4339}					A_{4353}				
A_{4326}					A_{4340}	43391		43397	43399	A_{4354}				
A_{4327}	43261				A_{4341}			43403		A_{4355}	43541	43543		
A_{4328}	43271				A_{4342}	43411				A_{4356}				
A_{4329}		43283			A_{4343}			43427		A_{4357}				
A_{4330}	43291				A_{4344}					A_{4358}		43573	43577	43579
A_{4331}					A_{4345}	43441				A_{4359}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	$\star B_3$	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4360}	43591		43597		A_{4374}					A_{4388}				
A_{4361}			43607	43609	A_{4375}					A_{4389}				43889
A_{4362}		43613			A_{4376}		43753		43759	A_{4390}	43891			
A_{4363}			43627		A_{4377}					A_{4391}				
A_{4364}		43633			A_{4378}			43777		A_{4392}		43913		
A_{4365}				43649	A_{4379}	43781	43783	43787	43789	A_{4393}				
A_{4366}	43651				A_{4380}		43793			A_{4394}		43933		
A_{4367}	43661			43669	A_{4381}	43801				A_{4395}		43943		
A_{4368}					A_{4382}					A_{4396}	43951			
A_{4369}					A_{4383}					A_{4397}	43961	43963		43969
A_{4370}	43691				A_{4384}					A_{4398}		43973		
A_{4371}					A_{4385}					A_{4399}			43987	
A_{4372}	43711		43717		A_{4386}		43853			A_{4400}	43991		43997	
A_{4373}	43721				A_{4387}			43867		A_{4401}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{4430}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4402}			44017		A_{4416}				44159		A_{4430}		44293		
A_{4403}	44021		44027	44029	A_{4417}						A_{4431}				
A_{4404}					A_{4418}	44171			44179		A_{4432}				
A_{4405}	44041				A_{4419}				44189		A_{4433}				
A_{4406}		44053		44059	A_{4420}						A_{4434}				
A_{4407}					A_{4421}	44201	44203	44207			A_{4435}				
A_{4408}	44071				A_{4422}						A_{4436}	44351		44357	
A_{4409}			44087	44089	A_{4423}	44221					A_{4437}				
A_{4410}					A_{4424}						A_{4438}	44371			
A_{4411}	44101				A_{4425}				44249		A_{4439}	44381	44383		44389
A_{4412}	44111			44119	A_{4426}			44257			A_{4440}				
A_{4413}		44123		44129	A_{4427}		44263	44267	44269		A_{4441}				
A_{4414}	44131				A_{4428}		44273		44279		A_{4442}			44417	
A_{4415}					A_{4429}	44281					A_{4443}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4444}					A_{4458}				44579	A_{4472}	44711			
A_{4445}				44449	A_{4459}			44587		A_{4473}				44729
A_{4446}		44453			A_{4460}					A_{4474}				
A_{4447}					A_{4461}					A_{4475}	44741			
A_{4448}					A_{4462}			44617		A_{4476}		44753		
A_{4449}			44483		A_{4463}	44621	44623			A_{4477}				
A_{4450}	44491		44497		A_{4464}		44633			A_{4478}	44771	44773	44777	
A_{4451}	44501		44507		A_{4465}	44641		44647		A_{4479}				44789
A_{4452}				44519	A_{4466}	44651		44657		A_{4480}			44797	
A_{4453}					A_{4467}					A_{4481}				44809
A_{4454}	44531	44533	44537		A_{4468}					A_{4482}				44819
A_{4455}		44543		44549	A_{4469}		44683	44687		A_{4483}				
A_{4456}					A_{4470}				44699	A_{4484}				44839
A_{4457}		44563			A_{4471}	44701				A_{4485}		44843		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4486}	44851				A_{4500}						A_{4514}		45131		45137	45139
A_{4487}			44867		A_{4501}				45007		A_{4515}					
A_{4488}				44879	A_{4502}			45013			A_{4516}					
A_{4489}			44887		A_{4503}						A_{4517}	45161				
A_{4490}		44893			A_{4504}						A_{4518}					45179
A_{4491}				44909	A_{4505}						A_{4519}	45181				
A_{4492}			44917		A_{4506}			45053			A_{4520}	45191		45197		
A_{4493}			44927		A_{4507}	45061					A_{4521}					
A_{4494}				44939	A_{4508}				45077		A_{4522}					
A_{4495}					A_{4509}			45083			A_{4523}					
A_{4496}		44953		44959	A_{4510}						A_{4524}	45233				
A_{4497}		44963			A_{4511}						A_{4525}			45247		
A_{4498}	44971				A_{4512}					45119	A_{4526}					45259
A_{4499}		44983	44987		A_{4513}	45121			45127		A_{4527}	45263				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4528}					A_{4542}		45413			A_{4556}		45553	45557	
A_{4529}	45281		45289		A_{4543}			45427		A_{4557}				45569
A_{4530}		45293			A_{4544}		45433		45439	A_{4558}				
A_{4531}			45307		A_{4545}					A_{4559}			45587	45589
A_{4532}			45317	45319	A_{4546}					A_{4560}				45599
A_{4533}				45329	A_{4547}					A_{4561}				
A_{4534}			45337		A_{4548}					A_{4562}		45613		
A_{4535}	45341	45343			A_{4549}	45481				A_{4563}				
A_{4536}					A_{4550}	45491	45497			A_{4564}	45631			
A_{4537}	45361				A_{4551}		45503			A_{4565}	45641			
A_{4538}			45377		A_{4552}					A_{4566}				45659
A_{4539}				45389	A_{4553}		45523			A_{4567}			45667	
A_{4540}					A_{4554}		45533			A_{4568}		45673	45677	
A_{4541}		45403			A_{4555}	45541				A_{4569}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4570}	45691		45697		A_{4584}		45833			A_{4598}	45971			45979
A_{4571}			45707		A_{4585}	45841				A_{4599}				45989
A_{4572}					A_{4586}		45853			A_{4600}				
A_{4573}					A_{4587}		45863		45869	A_{4601}				
A_{4574}			45737		A_{4588}					A_{4602}				
A_{4575}					A_{4589}			45887		A_{4603}	46021		46027	
A_{4576}	45751		45757		A_{4590}		45893			A_{4604}				
A_{4577}		45763	45767		A_{4591}					A_{4605}				46049
A_{4578}				45779	A_{4592}					A_{4606}	46051			
A_{4579}					A_{4593}					A_{4607}	46061			
A_{4580}					A_{4594}					A_{4608}		46073		
A_{4581}					A_{4595}		45943		45949	A_{4609}				
A_{4582}			45817		A_{4596}		45953		45959	A_{4610}	46091	46093		46099
A_{4583}	45821	45823	45827		A_{4597}					A_{4611}		46103		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4612}					A_{4626}					A_{4640}				46399
A_{4613}					A_{4627}	46261				A_{4641}				
A_{4614}		46133			A_{4628}	46271	46273		46279	A_{4642}	46411			
A_{4615}	46141		46147		A_{4629}					A_{4643}				
A_{4616}		46153			A_{4630}					A_{4644}				46439
A_{4617}					A_{4631}	46301		46307	46309	A_{4645}	46441		46447	
A_{4618}	46171				A_{4632}					A_{4646}	46451		46457	
A_{4619}	46181	46183	46187		A_{4633}			46327		A_{4647}				
A_{4620}				46199	A_{4634}			46337		A_{4648}	46471		46477	
A_{4621}					A_{4635}				46349	A_{4649}				46489
A_{4622}				46219	A_{4636}	46351				A_{4650}				46499
A_{4623}				46229	A_{4637}					A_{4651}			46507	
A_{4624}			46237		A_{4638}					A_{4652}	46511			
A_{4625}					A_{4639}	46381				A_{4653}		46523		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		A_{4682}	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4654}					A_{4668}				46679	A_{4682}	46811			46817	46819
A_{4655}				46549	A_{4669}	46681		46687		A_{4683}					46829
A_{4656}				46559	A_{4670}	46691				A_{4684}	46831				
A_{4657}			46567		A_{4671}		46703			A_{4685}					
A_{4658}		46573			A_{4672}					A_{4686}		46853			
A_{4659}				46589	A_{4673}		46723	46727		A_{4687}	46861			46867	
A_{4660}	46591				A_{4674}					A_{4688}				46877	
A_{4661}	46601				A_{4675}			46747		A_{4689}					46889
A_{4662}				46619	A_{4676}	46751		46757		A_{4690}					
A_{4663}					A_{4677}				46769	A_{4691}	46901				
A_{4664}		46633		46639	A_{4678}	46771				A_{4692}				46919	
A_{4665}		46643		46649	A_{4679}					A_{4693}					
A_{4666}					A_{4680}					A_{4694}	46933				
A_{4667}		46663			A_{4681}			46807		A_{4695}					

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4696}			46957		A_{4710}		47093			A_{4724}			47237	
A_{4697}					A_{4711}					A_{4725}				
A_{4698}					A_{4712}	47111			47119	A_{4726}	47251			
A_{4699}					A_{4713}		47123		47129	A_{4727}				47269
A_{4700}		46993	46997		A_{4714}			47137		A_{4728}				47279
A_{4701}					A_{4715}		47143	47147	47149	A_{4729}			47287	
A_{4702}			47017		A_{4716}					A_{4730}		47293	47297	
A_{4703}					A_{4717}	47161				A_{4731}		47303		47309
A_{4704}					A_{4718}					A_{4732}			47317	
A_{4705}	47041				A_{4719}				47189	A_{4733}				
A_{4706}	47051		47057	47059	A_{4720}					A_{4734}				47339
A_{4707}					A_{4721}			47207		A_{4735}				
A_{4708}					A_{4722}					A_{4736}	47351	47353		
A_{4709}			47087		A_{4723}	47221				A_{4737}		47363		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4780}	47791		47797		A_{4794}		47933		47939	A_{4808}		48073		48079
A_{4781}			47807	47809	A_{4795}			47947		A_{4809}				
A_{4782}				47819	A_{4796}	47951				A_{4810}	48091			
A_{4783}					A_{4797}		47963		47969	A_{4811}				48109
A_{4784}			47837		A_{4798}			47977		A_{4812}				48119
A_{4785}		47843			A_{4799}	47981				A_{4813}	48121			
A_{4786}			47857		A_{4800}					A_{4814}	48131			
A_{4787}				47869	A_{4801}					A_{4815}				
A_{4788}					A_{4802}			48017		A_{4816}			48157	
A_{4789}	47881				A_{4803}					A_{4817}		48163		
A_{4790}					A_{4804}		48023		48029	A_{4818}				48179
A_{4791}		47903			A_{4805}					A_{4819}			48187	
A_{4792}	47911		47917		A_{4806}				48049	A_{4820}		48193	48197	
A_{4793}					A_{4807}					A_{4821}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9			B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4822}					A_{4836}		48353			A_{4850}	48491			48497	
A_{4823}	48221				A_{4837}					A_{4851}					
A_{4824}				48239	A_{4838}	38371				A_{4852}					
A_{4825}			48247		A_{4839}		48383			A_{4853}		48523	48527		
A_{4826}				48259	A_{4840}			48397		A_{4854}		48533		48539	
A_{4827}					A_{4841}			48407	48409	A_{4855}	48541				
A_{4828}	48271				A_{4842}		48413			A_{4856}					
A_{4829}	48281				A_{4843}					A_{4857}		48563			
A_{4830}				48299	A_{4844}			48437		A_{4858}	48571				
A_{4831}					A_{4845}				48449	A_{4859}				48589	
A_{4832}	48311	48313			A_{4846}					A_{4860}		48593			
A_{4833}					A_{4847}		48463			A_{4861}					
A_{4834}			48337		A_{4848}		48473		48479	A_{4862}	48611			48619	
A_{4835}	48341				A_{4849}	48481		48487		A_{4863}		48623			

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4864}					A_{4878}				48779	A_{4892}				
A_{4865}			48647	48649	A_{4879}	48781		48787		A_{4893}				
A_{4866}					A_{4880}				48799	A_{4894}				
A_{4867}	48661				A_{4881}				48809	A_{4895}			48947	
A_{4868}		48673	48677	48679	A_{4882}			48817		A_{4896}		48953		
A_{4869}					A_{4883}	48821	48823			A_{4897}				
A_{4870}					A_{4884}					A_{4898}		48973		
A_{4871}					A_{4885}			48847		A_{4899}				48989
A_{4872}					A_{4886}			48857	48859	A_{4900}	48991			
A_{4873}					A_{4887}				48869	A_{4901}		49003		49009
A_{4874}	48731	48733			A_{4888}	48871				A_{4902}				49019
A_{4875}					A_{4889}		48883		48889	A_{4903}				
A_{4876}	48751		48757		A_{4890}					A_{4904}	49031	49033	49037	
A_{4877}	48761		48767		A_{4891}			48907		A_{4905}		49043		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4906}			49057		A_{4920}		49193		49199	A_{4934}	49331	49333		49339
A_{4907}				49069	A_{4921}	49201			49207	A_{4935}				
A_{4908}					A_{4922}	49211				A_{4936}				
A_{4909}	49081				A_{4923}		49223			A_{4937}		49363	49367	49369
A_{4910}					A_{4924}					A_{4938}				
A_{4911}		49103		49109	A_{4925}					A_{4939}				
A_{4912}			49117		A_{4926}		49253			A_{4940}	49391	49393		
A_{4913}	49121	49123			A_{4927}	49261				A_{4941}				49409
A_{4914}				49139	A_{4928}			49277	49279	A_{4942}	49411		49417	
A_{4915}					A_{4929}					A_{4943}				49429
A_{4916}			49157		A_{4930}			49297		A_{4944}		49433		
A_{4917}				49169	A_{4931}			49307		A_{4945}				
A_{4918}	49171		49177		A_{4932}					A_{4946}	49451			49459
A_{4919}					A_{4933}					A_{4947}		49463		

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4948}			49477		A_{4962}		49613			A_{4976}			49757	
A_{4949}	49481				A_{4963}			49627		A_{4977}				
A_{4950}				49499	A_{4964}		49633		49639	A_{4978}				
A_{4951}					A_{4965}					A_{4979}		49783	49787	49789
A_{4952}					A_{4966}					A_{4980}				
A_{4953}		49523		49529	A_{4967}		49663	49667	49669	A_{4981}	49801		49807	
A_{4954}	49531		49537		A_{4968}					A_{4982}	49811			
A_{4955}			49547		A_{4969}	49681				A_{4983}		49823		
A_{4956}				49549	A_{4970}			49697		A_{4984}	49831			
A_{4957}				49559	A_{4971}					A_{4985}		49843		
A_{4958}					A_{4972}	49711				A_{4986}		49853		
A_{4959}					A_{4973}			49727		A_{4987}				
A_{4960}			49597		A_{4974}				49739	A_{4988}	49871		49877	
A_{4961}		49603			A_{4975}	49741		49747		A_{4989}				

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9		B_1	B_3	B_7	B_9
A_{4990}	49891				A_{1301}^{1400}	25	23	30	27	A_{2701}^{2800}	25	21	28	20
A_{4991}					A_{1401}^{1500}	25	26	27	24	A_{2801}^{2900}	24	21	24	29
A_{4992}				49919	A_{1501}^{1600}	30	25	28	25	A_{2901}^{3000}	22	27	23	20
A_{4993}	49921		49927		A_{1601}^{1700}	26	29	23	20	A_{3001}^{3100}	25	22	23	25
A_{4994}			49937	49939	A_{1701}^{1800}	25	20	29	30	A_{3101}^{3200}	22	23	26	21
A_{4995}		49943			A_{1801}^{1900}	24	25	21	24	A_{3201}^{3300}	23	32	23	28
A_{4996}			49957		A_{1901}^{2000}	28	27	24	25	A_{3301}^{3400}	26	24	24	26
A_{4997}					A_{2001}^{2100}	22	27	22	27	A_{3401}^{3500}	24	24	22	24
A_{4998}					A_{2101}^{2200}	28	23	30	23	A_{3501}^{3600}	26	22	22	22
A_{4999}					A_{2201}^{2300}	28	26	23	23	A_{3601}^{3700}	23	26	28	22
A_{5000}	49991	49993		49999	A_{2301}^{2400}	24	23	28	29	A_{3701}^{3800}	21	23	27	23
A_{1001}^{1100}	24	26	26	30	A_{2401}^{2500}	24	22	22	26	A_{3801}^{3900}	23	26	20	21
A_{1101}^{1200}	23	26	29	25	A_{2501}^{2600}	21	29	24	24	A_{3901}^{4000}	24	23	18	31
A_{1201}^{1300}	28	30	25	26	A_{2601}^{2700}	27	20	25	23	A_{4001}^{4100}	15	27	21	25

续表

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_{101}	28	24	24	25
A_{1201}	21	28	26	27
A_{1301}	26	22	22	15
A_{1401}	25	23	22	26
A_{1501}	19	24	25	18
A_{1601}	28	16	22	24
A_{1701}	24	19	28	24
A_{1801}	22	20	23	24
A_{1901}	23	24	27	24
合计	971	974	984	975
共计	3904			

[General Information]

书名=哥德巴赫猜想与素数辐射法

作者=陈抗战 陈岗著

页数=224

SS号=11099005

DX号=

出版日期=2002年10月第1版

出版社=西北工业大学出版社

封面页

书名页

版权页

前言页

目录页

第一部分 揭开“哥德巴赫猜想”之谜

一、问题的提出

二、素数的无限性命题

三、万以内的素数表

四、素数的分布命题

五、素数的存在命题

六、素数表里的素数整体存在法则

七、偶数分解奇数对的计算方法

八、偶数分解奇数对中素数对的概率

九、求偶数分解奇数对中的素数对

十、“哥德巴赫猜想”成立性的确立

十一、利用素数定理来计算较大偶数分解素数对

第二部分 素数辐射法

一、什么是素数辐射法

二、素数辐射法与埃氏筛法有什么不同

三、素数辐射数的性质

四、素数辐射数在自然数里的含量

五、素数辐射数的几个规律

第三部分 几个应注意的问题

一、拼组图中的全吻合与半吻合

二、素数四竖行等量分布

三、再谈素数2, 3, 5辐射图表的框架

四、素数辐射表上的存留数

五、哥德巴赫命题及500万元悬赏命题的解答

第四部分 “素数区”、“抽屉原理”与“偶数分解素数对拼组的平均值”

一、素数辐射与素数区

二、哥德巴赫猜想与抽屉原理

三、通过素数表里素数整体存在法则，看偶数分解素数
对拼组的平均值

第五部分 素数的“盲区”、“亮区”以及素数辐射数的滚动循环规律

一、素数的“盲区”和“亮区”

二、素数辐射数的滚动循环规律

附录 五万以内的素数表

附录页